1 1^o Θέμα

1.1 Πρώτη προσέγγιση

Παρατηρούμε οτι το άθροισμα όλων παλμών των 8 καταστάσεων είναι $\sum_{i=1}^{8} 2^{i-1}$ ή 255. Μια πιθανή λύση του προβλήματος είναι να χρησιμοποιήσουμε ένα 8-μπιτο μετρητή και να κατασκευάσουμε ένα συνδυαστικό κύκλωμα το οποίο να δέχεται την έξοδο του αθροιστή και να δίνει το ζητούμενο.

Μετρητής	Έξοδος
00000000	-
00000001	000
0000001x	001
000001xx	010
00001xxx	011
0001xxxx	100
001xxxxx	101
01xxxxxx	110
1xxxxxxx	111

Η μηδενική κατάσταση του μετρητή δεν είναι έγκυρη, οπότε θέλουμε να μετράει απο το 1 ως το 255. Αν χρησιμοποιήσουμε μετρητή με σύγχρονη παράλληλη φόρτωση, τότε όταν αυτός είναι στην τιμή 255, του φορτώνουμε την τιμή 1.

Αν οι έξοδοι του συνδυαστικού είναι o_0, o_1, o_2 και οι έξοδοι του μετρητή είναι $c_0, c_1, \ldots, c_7$ τότε θα έχουμε:

$$\begin{aligned}
o_2 &= c_7 + \overline{c_7}\,c_6 + \overline{c_7}\,\overline{c_6}c_5 + \overline{c_7}\,\overline{c_6}\,\overline{c_5}c_4 \\
&= c_7 + c_6 + \overline{c_6}c_5 + \overline{c_6}\,\overline{c_5}c_4 \\
&= c_7 + c_6 + c_5 + \overline{c_5} + c_4 \\
&= c_7 + c_6 + c_5 + c_4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
o_1 &= c_7 + \overline{c_7}c_6 + \overline{c_7}\,\overline{c_6}\,\overline{c_5}\,\overline{c_4}c_3 + \overline{c_7}\,\overline{c_6}\,\overline{c_5}\,\overline{c_4}\,\overline{c_3}c_2 \\
&= c_7 + c_6 + \overline{c_6}\,\overline{c_5}\,\overline{c_4}c_3 + \overline{c_6}\,\overline{c_5}\,\overline{c_4}\,\overline{c_3}c_2 \\
&= c_7 + c_6 + \overline{c_5}\,\overline{c_4}c_3 + \overline{c_5}\,\overline{c_4}\,\overline{c_3}c_2 \\
&= c_7 + c_6 + \overline{c_5}\,\overline{c_4}(c_3 + \overline{c_3}c_2) \\
&= c_7 + c_6 + \overline{c_5}\,\overline{c_4}(c_3 + c_2)
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
o_0 &= c_7 + \overline{c_7}\,\overline{c_6}c_5 + \overline{c_7}\,\overline{c_6}\,\overline{c_5}\,\overline{c_4}c_3 + \overline{c_7}\,\overline{c_6}\,\overline{c_5}\,\overline{c_4}\,\overline{c_3}\,\overline{c_2}c_1 \\
&= c_7 + \overline{c_6}c_5 + \overline{c_6}\,\overline{c_5}\,\overline{c_4}c_3 + \overline{c_6}\,\overline{c_5}\,\overline{c_4}\,\overline{c_3}\,\overline{c_2}c_1 \\
&= c_7 + \overline{c_6}(c_5 + \overline{c_5}\,\overline{c_4}c_3 + \overline{c_5}\,\overline{c_4}\,\overline{c_3}\,\overline{c_2}c_1) \\
&= c_7 + \overline{c_6}(c_5 + \overline{c_4}c_3 + \overline{c_4}\,\overline{c_3}\,\overline{c_2}c_1) \\
&= c_7 + \overline{c_6}(c_5 + \overline{c_4}(c_3 + \overline{c_3}\,\overline{c_2}c_1)) \\
&= c_7 + \overline{c_6}(c_5 + \overline{c_4}(c_3 + \overline{c_2}c_1))
\end{aligned}
$$

1.2 Δεύτερη προσέγγιση

Είναι αποδεκτό να δίνονται οι 8 ζητούμενες καταστάσεις ξεχωριστά. Στην περίπτωση αυτή το συνδυαστικό κύκλωμα απλοποιείται αρκετά και δίνεται απο τις παρακάτω εκφράσεις:

$$
\begin{aligned}
o_0 &= c_0\overline{c_1}\,\overline{c_2}\,\overline{c_3}\,\overline{c_4}\,\overline{c_5}\,\overline{c_6}\,\overline{c_7} \\
o_1 &= c_1\overline{c_2}\,\overline{c_3}\,\overline{c_4}\,\overline{c_5}\,\overline{c_6}\,\overline{c_7} \\
o_2 &= c_2\overline{c_3}\,\overline{c_4}\,\overline{c_5}\,\overline{c_6}\,\overline{c_7} \\
o_3 &= c_3\overline{c_4}\,\overline{c_5}\,\overline{c_6}\,\overline{c_7} \\
o_4 &= c_4\overline{c_5}\,\overline{c_6}\,\overline{c_7} \\
o_5 &= c_5\overline{c_6}\,\overline{c_7} \\
o_6 &= c_6\overline{c_7} \\
o_7 &= c7
\end{aligned}
$$

1.3 Μια υλοποίηση