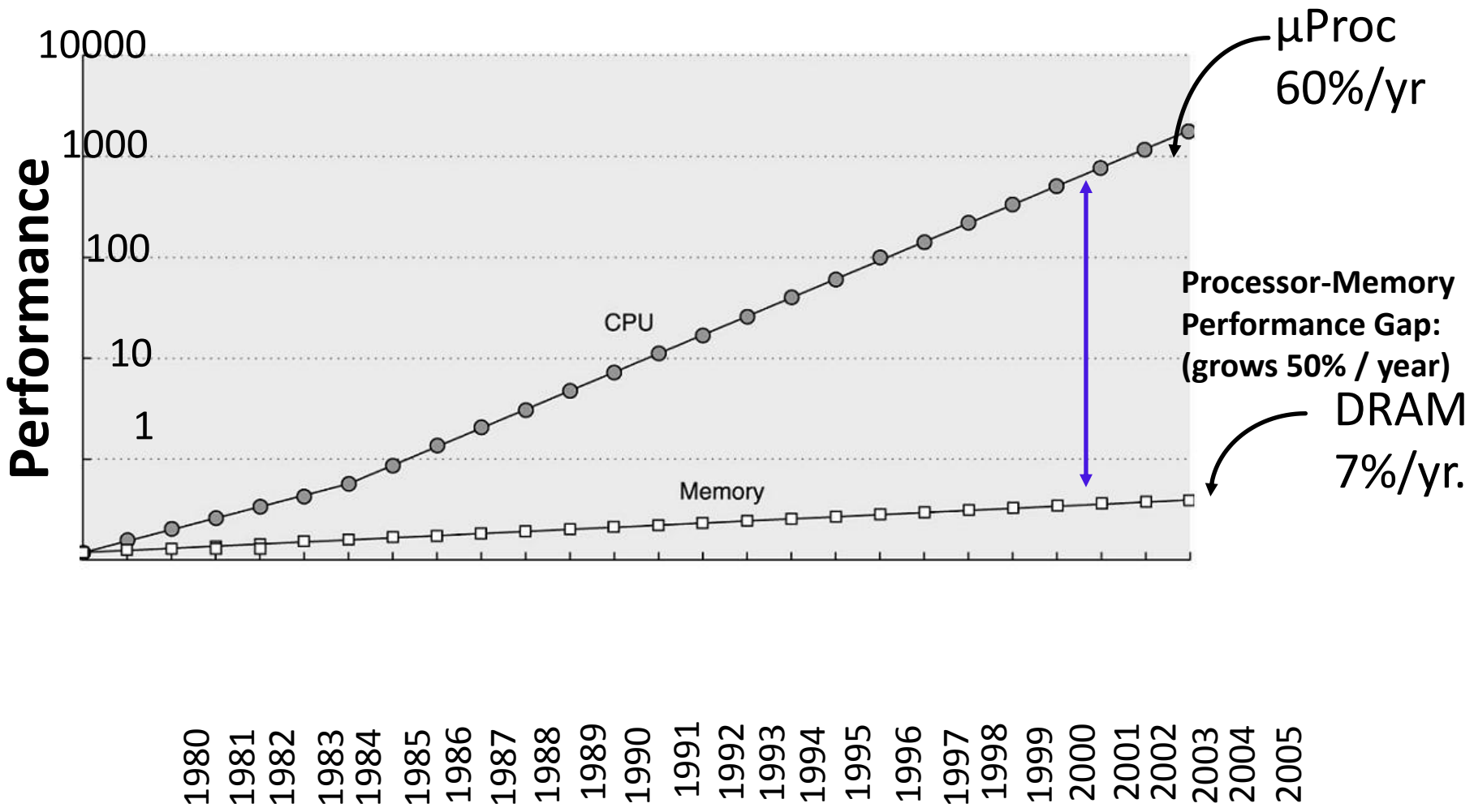
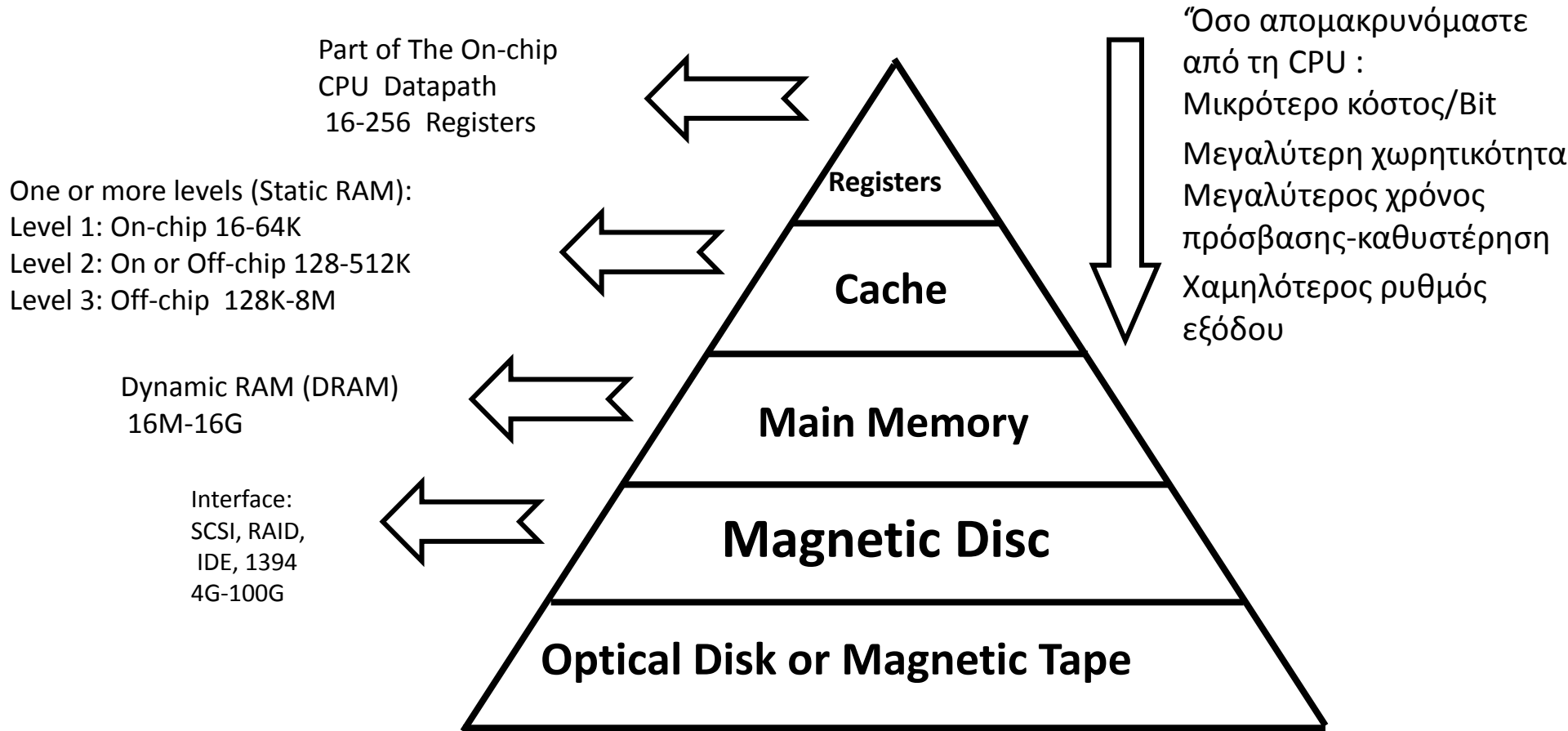


# Processor-Memory (DRAM) Διαφορά επίδοσης

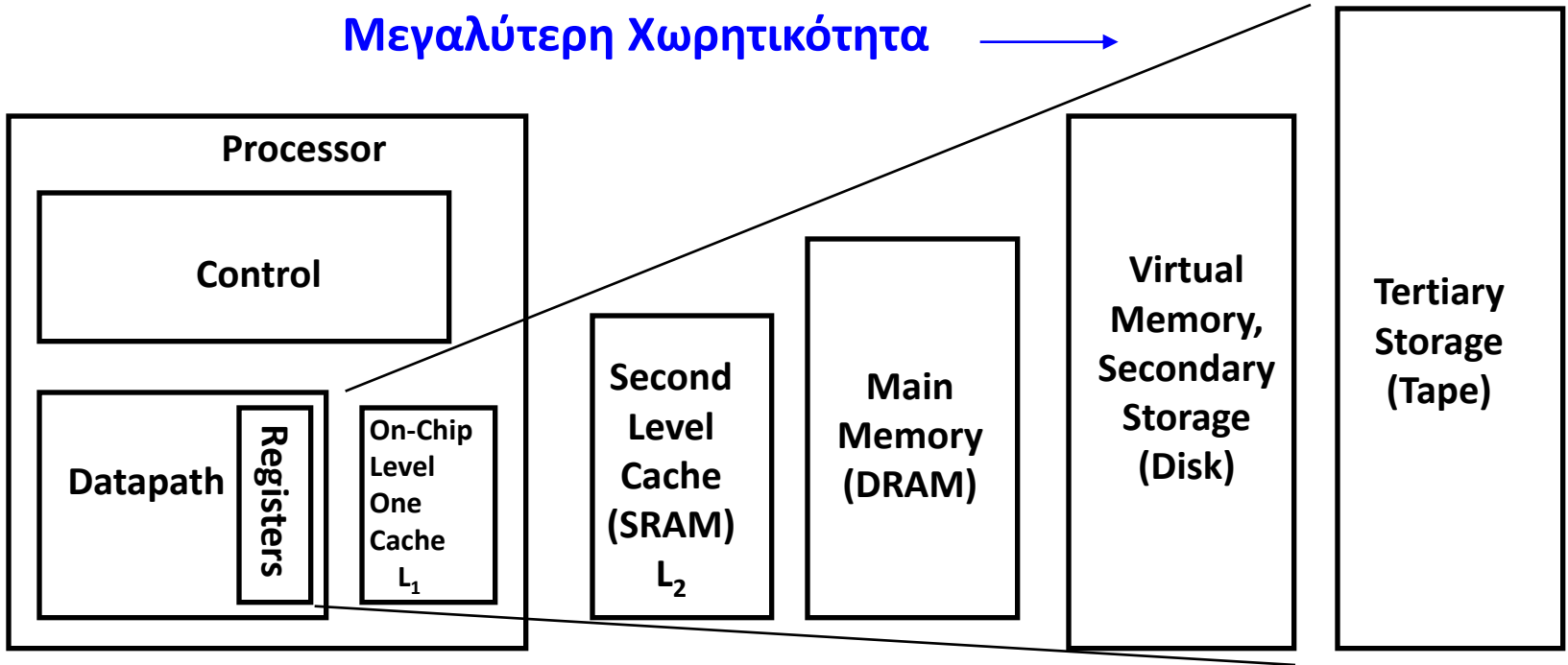


# Ιεραρχία μνήμης



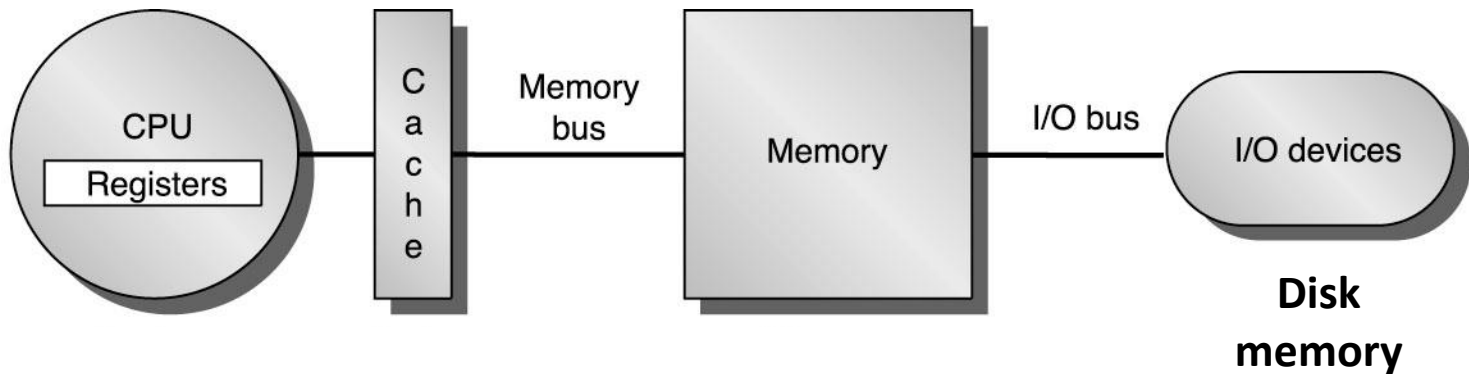
# Παράδειγμα Ιεραρχίας Μνήμης (με 2 επίπεδα cache)

← Μεγαλύτερη Ταχύτητα  
 Μεγαλύτερη Χωρητικότητα →



|             |         |        |        |       |        |       |
|-------------|---------|--------|--------|-------|--------|-------|
| Ταχύτητα :  | 1-5ns   | 10ns   | 30ns   | 50ns  | 10ms   | 10sec |
| Μέγεθος :   | <1KB    | <256KB | <8MB   | <4GB  | >1GB   | TB    |
| Bandwidth : | 150GB/s | 50GB/s | 25GB/s | 4GB/s | 10MB/s |       |

# Το μοντέλο της Ιεραρχίας Μνήμης



μέγεθος : 500bytes

64KB

512MB

100GB

ταχύτητα : 0,25ns

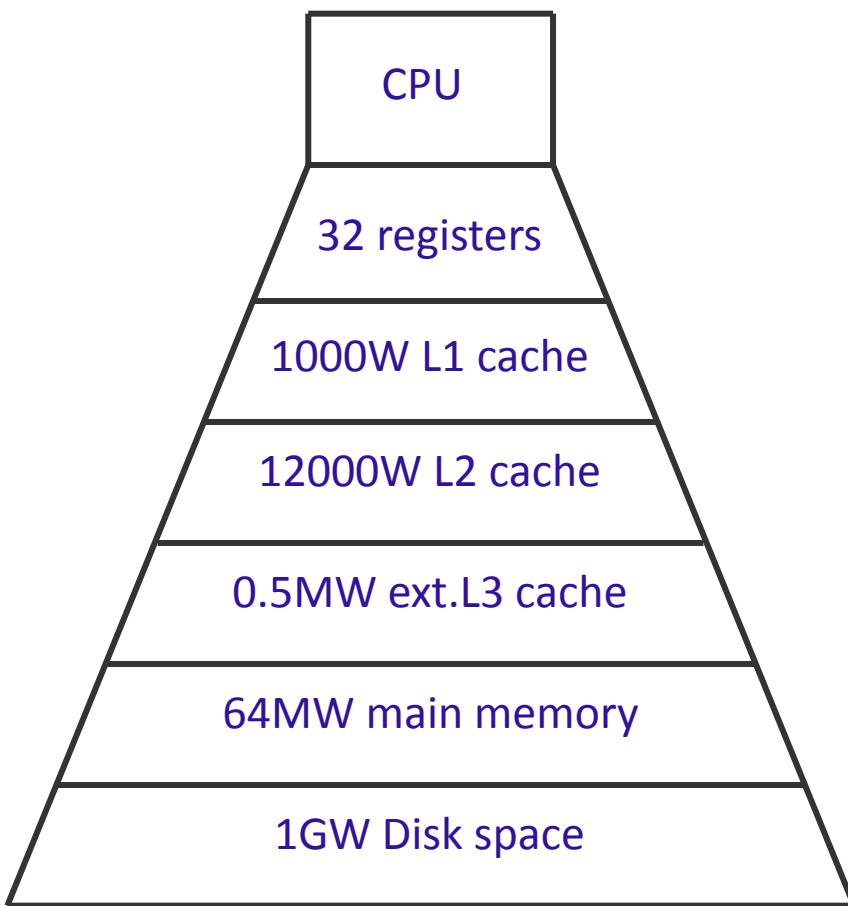
1ns

100ns

5ms

# Παράδειγμα Ιεραρχίας μνήμης

Digital PWS 600 au - Alpha 21164 CPU – 600MHz



| Level    | Capacity | Throughput | Latency |
|----------|----------|------------|---------|
| Register | 512B     | 24GB/sec   | 2ns     |
| L1 cache | 8KB      | 16GB/sec   | 2ns     |
| L2 cache | 96KB     | 8GB/sec    | 6ns     |
| L3 cache | 4MB      | 888MB/sec  | 24ns    |
| Main Mem | 512MB    | 1GB/sec    | 112ns   |

# Τυπικές Αρχιτεκτονικές

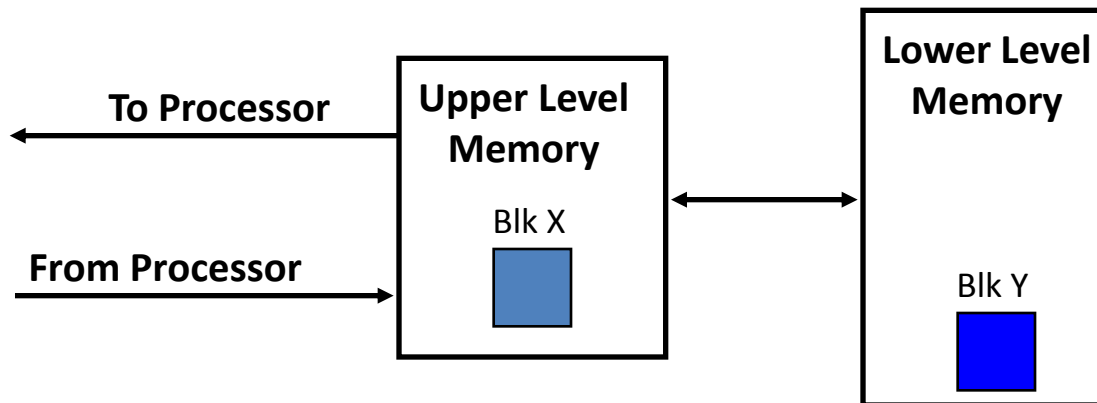
- **IBM Power 3:**
  - L1 = 64 KB, 128-way set associative
  - L2 = 4 MB, direct mapped, line size = 128, write back
- **Compaq EV6 (Alpha 21264):**
  - L1 = 64 KB, 2-way associative, line size= 32
  - L2 = 4 MB (or larger), direct mapped, line size = 64
- **HP PA:** no L2
  - PA8500, PA8600: L1 = 1.5 MB
  - PA8700: L1 = 2.25 MB
- **AMD Athlon:** L1 = 64 KB, L2 = 256 KB
- **Intel Pentium 4:** L1 = 8 KB, L2 = 256 KB
- **Intel Itanium:**
  - L1 = 16 KB, 4-way associative
  - L2 = 96 KB, 6-way associative
  - L3 = off chip, size varies

# Γιατί είναι ωφέλιμη η Ιεραρχία Μνήμης;

- Κατά κανόνα τα προγράμματα προσπελαίνουν ένα μικρό μόνο μέρος του συνόλου των διευθύνσεων (εντολές/δεδομένα) κατά την εκτέλεση ενός συγκεκριμένου τμήματός τους
- Δύο είδη τοπικότητας δεδομένων:
  - **Temporal Locality**: Στοιχεία που έχουν πρόσφατα προσπελαστεί τείνουν να προσπελούνται ξανά στο άμεσο μέλλον
  - **Spatial locality**: Γειτονικά στοιχεία όσων έχουν ήδη προσπελαστεί, έχουν αυξημένη πιθανότητα να προσπελαστούν στο άμεσο μέλλον
- Η ύπαρξη τοπικότητας στις αναφορές ενός προγράμματος, καθιστά εφικτή τη δυνατότητα να ικανοποιούνται η αίτηση για δεδομένα από *επίπεδα μνήμης* που βρίσκονται *ιεραρχικά ανώτερα*

# Ορολογία

- **block – line - page** : η μικρότερη μονάδα μεταφοράς δεδομένων μεταξύ των επιπέδων μνήμης





# Ορολογία

- **hit** : το block *βρίσκεται* σε κάποια θέση του εξεταζόμενου επιπέδου μνήμης
  - **hit rate** : hits/συνολικές προσπελάσεις μνήμης
  - **hit time** : χρόνος προσπέλασης των δεδομένων
  
- **miss** : το block *δεν υπάρχει* στο εξεταζόμενο επίπεδο μνήμης
  - **miss rate** :  $1 - (\text{hit rate})$
  - **miss penalty** : (χρόνος μεταφοράς των δεδομένων ενός block στο συγκεκριμένο επίπεδο μνήμης) + (χρόνος απόκτησης των δεδομένων από την CPU)
    - **access time** : χρόνος απόκτησης της 1ης λέξης
    - **transfer time** : χρόνος απόκτησης των υπόλοιπων λέξεων

# Η Βάση της Ιεραρχίας Μνήμης

- Οι δίσκοι περιέχουν όλα τα δεδομένα
- Όταν ο επεξεργαστής χρειάζεται κάποιο στοιχείο, αυτό ανεβαίνει σε ανώτερα επίπεδα μνήμης
- Η cache περιέχει αντίγραφα των στοιχείων της μνήμης που έχουν χρησιμοποιηθεί
- Η μνήμη περιέχει αντίγραφα των στοιχείων του δίσκου που έχουν χρησιμοποιηθεί

# 4 Ερωτήσεις για τις caches

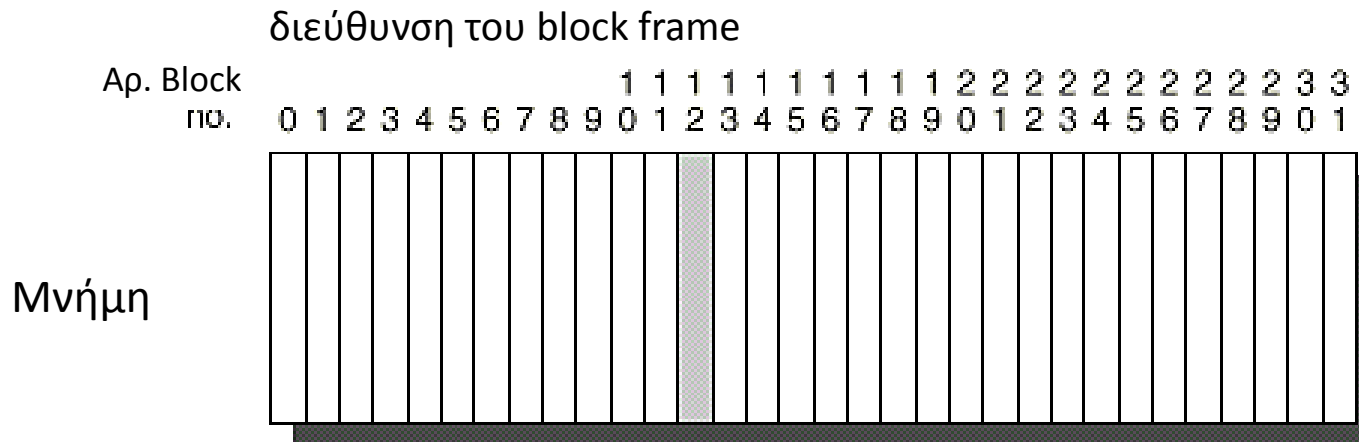
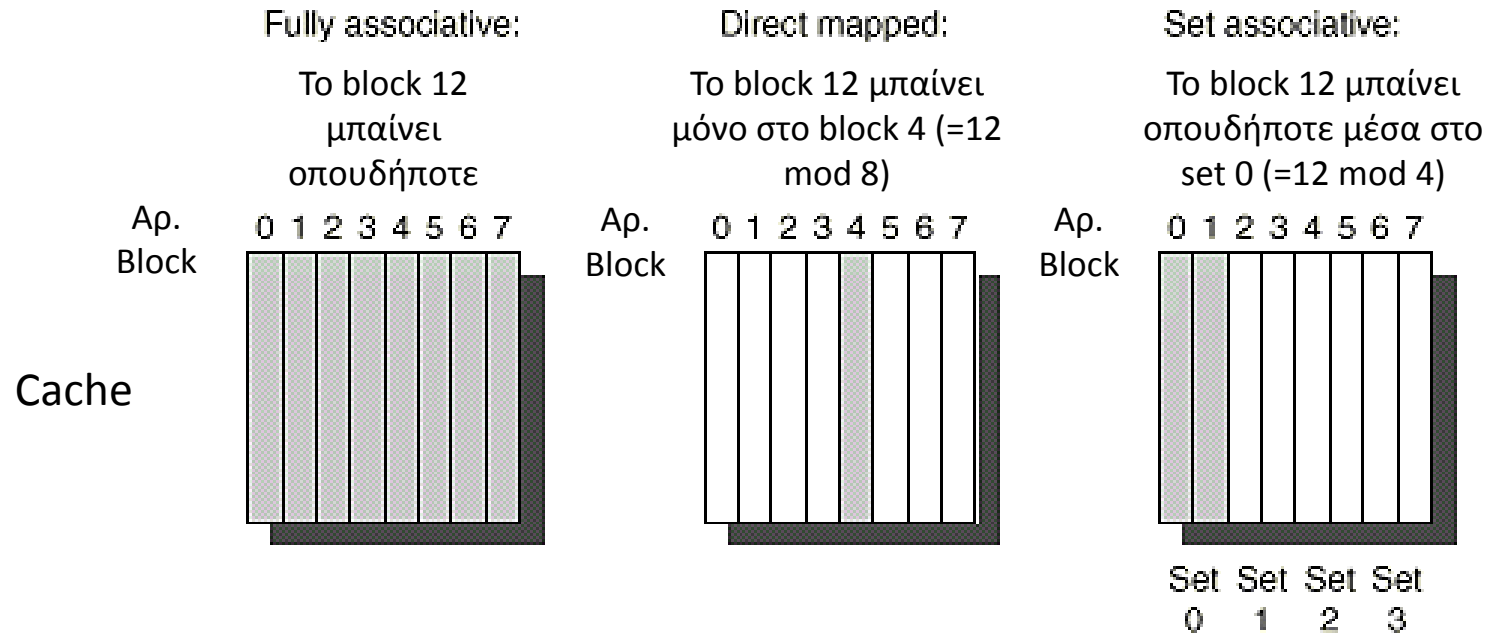
- Πού μπορεί να τοποθετηθεί ένα block σε ένα ψηλότερο επίπεδο στην ιεραρχία μνήμης;
  - Τοποθέτηση block :
    - *direct-mapped, fully associative, set-associative*
- Πώς βρίσκουμε ένα block στα διάφορα επίπεδα μνήμης;
  - Αναγνώριση ενός block :
    - *Tag / Block*
- Ποιο από τα ήδη υπάρχοντα block της cache πρέπει να αντικατασταθεί σε περίπτωση ενός miss;
  - Μηχανισμός αντικατάστασης block :
    - *Random, Least Recently Used (LRU), FIFO*
- Τι συμβαίνει όταν μεταβάλλουμε το περιεχόμενο ενός block;
  - μηχανισμοί εγγραφής :
    - *write-through ή write-back*
    - *write-allocate ή no-write-allocate*

# Οργάνωση της Cache

## Τοποθέτηση ενός block μνήμης στην cache

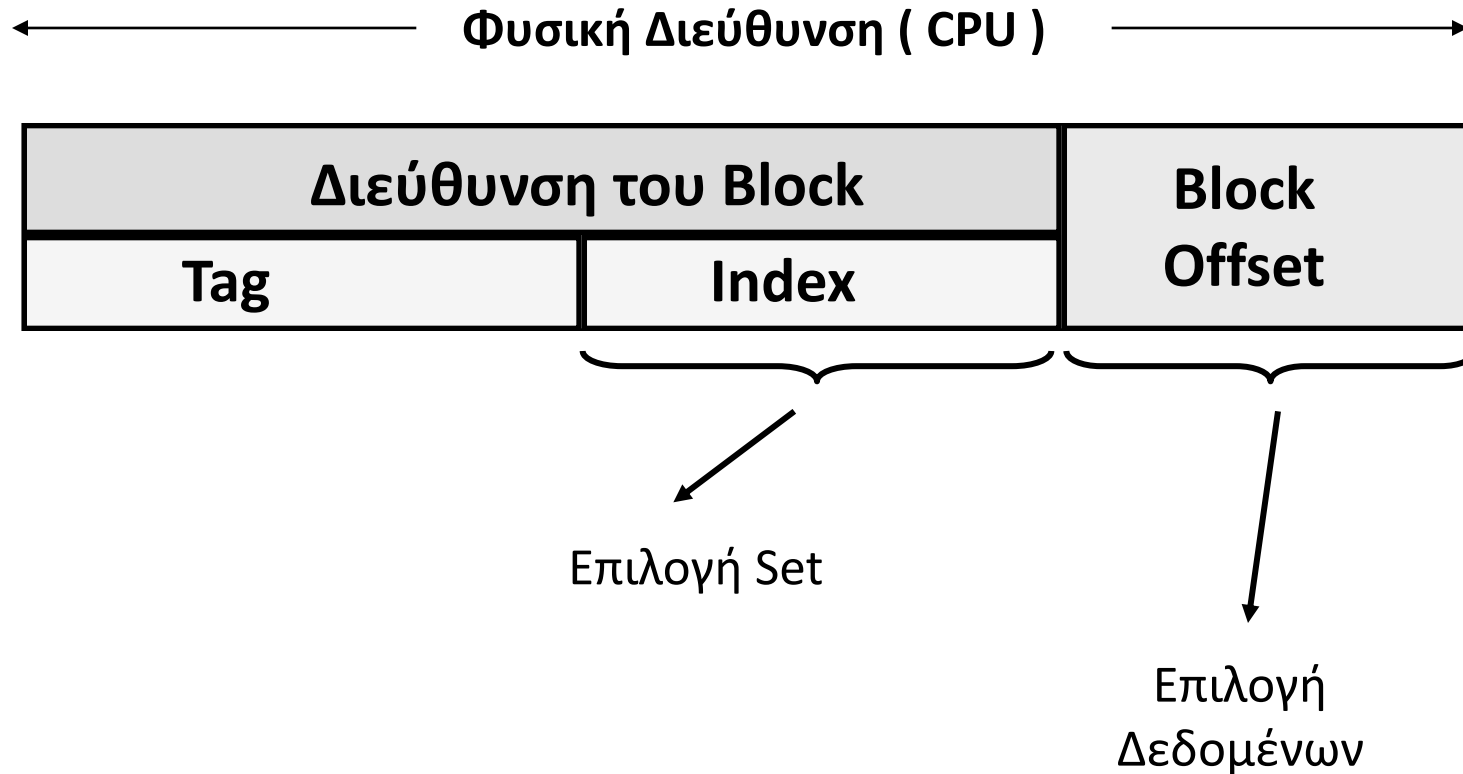
- Direct mapped :  
(διεύθυνση block)  $\bmod$  (αρ. block στην cache)
- Set associative :  
(διεύθυνση block)  $\bmod$  (αρ. sets στην cache)
- Fully associative :  
οπουδήποτε!

# Οργάνωση της Cache



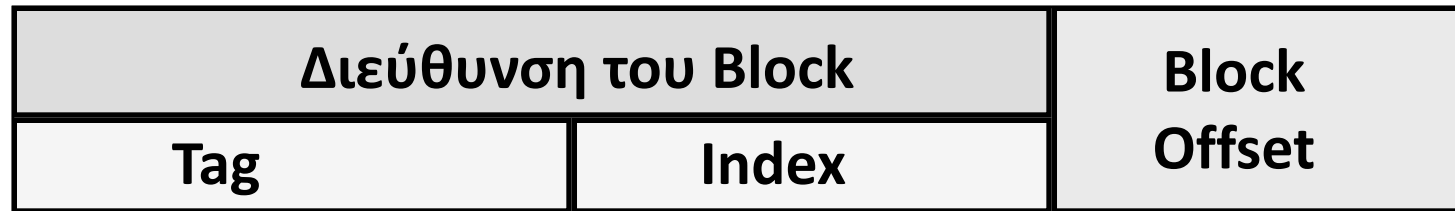
Cache με 8 blocks και μνήμη με 32 blocks

# Τα πεδία διεύθυνσης



# Τα πεδία διεύθυνσης

← Φυσική Διεύθυνση ( CPU ) →



Μέγεθος block offset =  $\log_2(\text{μέγεθος block})$

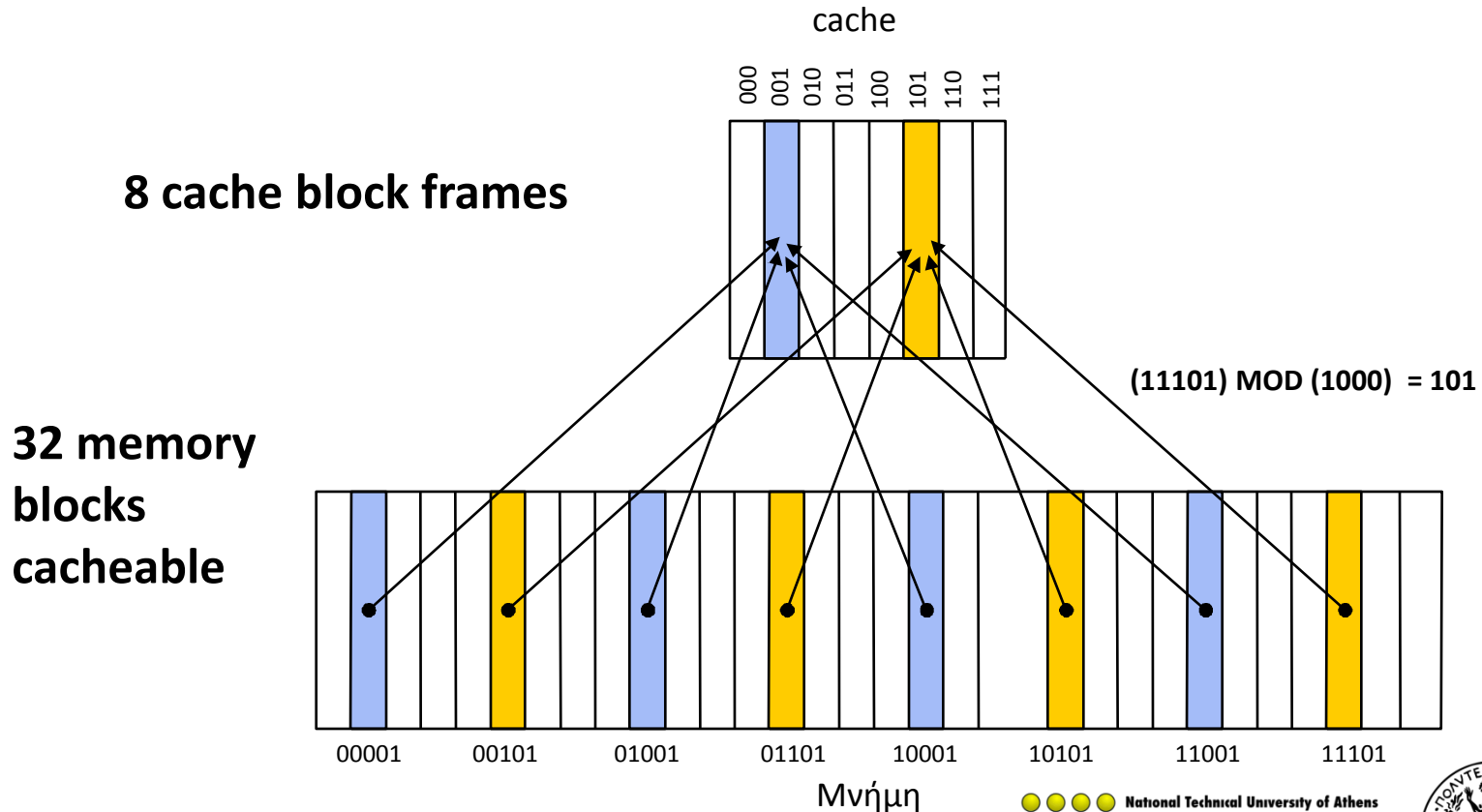
Μέγεθος Index =  $\log_2(\text{Συνολικός αριθμός blocks/associativity})$

Μέγεθος tag = μέγεθος address - μέγεθος index - μέγεθος offset

# Οργάνωση της Cache : Direct Mapped Cache

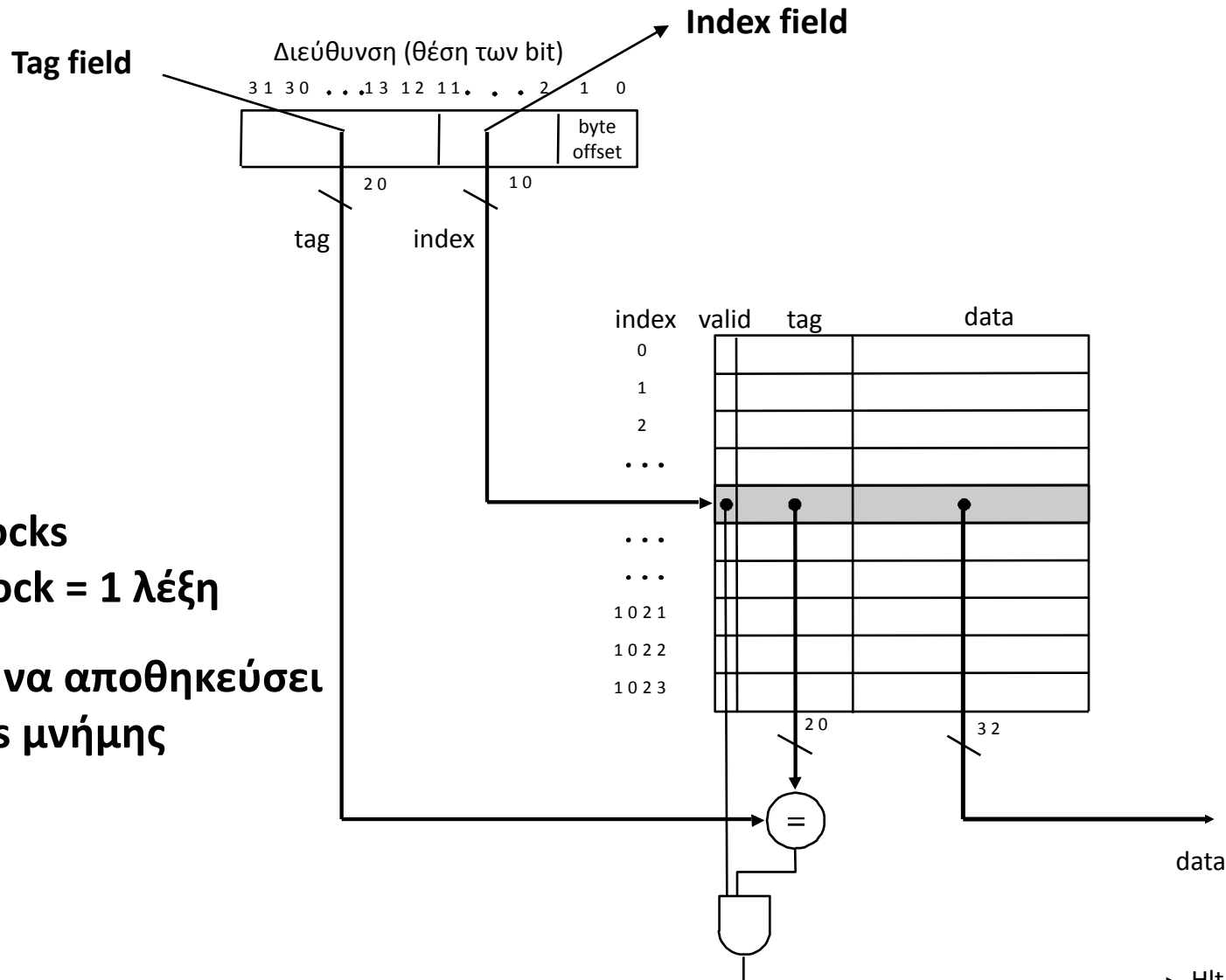
Κάθε block μπορεί να αποθηκευθεί μόνο σε μία θέση :  
(διεύθυνση block) MOD (Αρ. blocks στην cache)

στο παράδειγμά μας: (διεύθυνση block address) MOD (8)





# Παράδειγμα : Direct Mapped Cache



1024 Blocks

Κάθε block = 1 λέξη

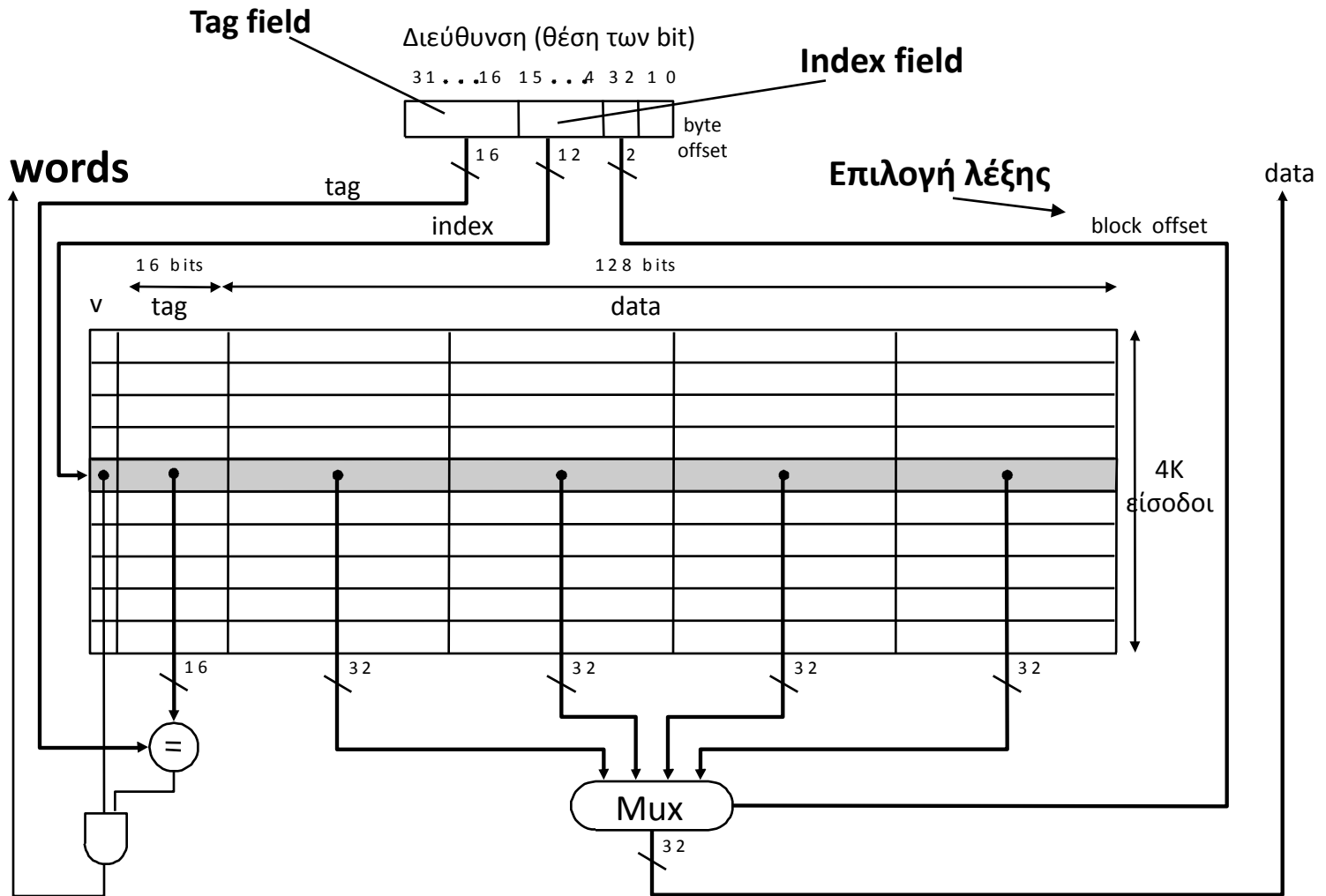
Μπορεί να αποθηκεύσει

$2^{32}$  bytes μνήμης

# Παράδειγμα : Direct Mapped Cache

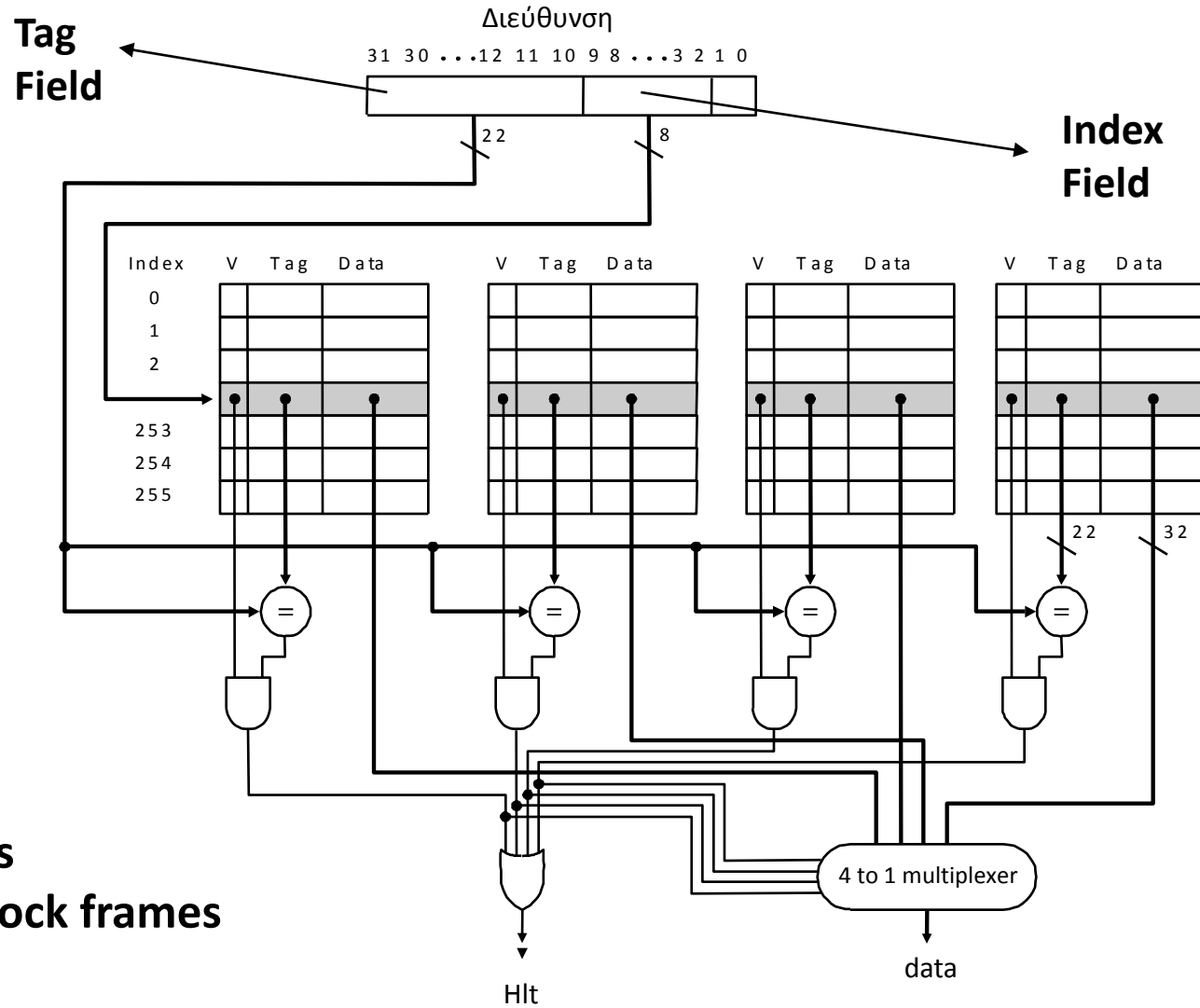
4K blocks

Κάθε block = 4 words



Καλύτερη αξιοποίηση της spatial locality

# 4-Way Set Associative Cache: (MIPS)



256 sets  
1024 block frames

# Οργάνωση της Cache : Set Associative Cache

## 1-way set associative (direct mapped)

| block | Tag | Data |
|-------|-----|------|
| 0     |     |      |
| 1     |     |      |
| 2     |     |      |
| 3     |     |      |
| 4     |     |      |
| 5     |     |      |
| 6     |     |      |
| 7     |     |      |

## 2-way set associative

| Set | Tag | Data | Tag | Data |
|-----|-----|------|-----|------|
| 0   |     |      |     |      |
| 1   |     |      |     |      |
| 2   |     |      |     |      |
| 3   |     |      |     |      |

Χωρητικότητα cache : 8 words

## 4-way set associative

| Set | Tag | Data | Tag | Data | Tag | Data | Tag | Data |
|-----|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|
| 0   |     |      |     |      |     |      |     |      |
| 1   |     |      |     |      |     |      |     |      |

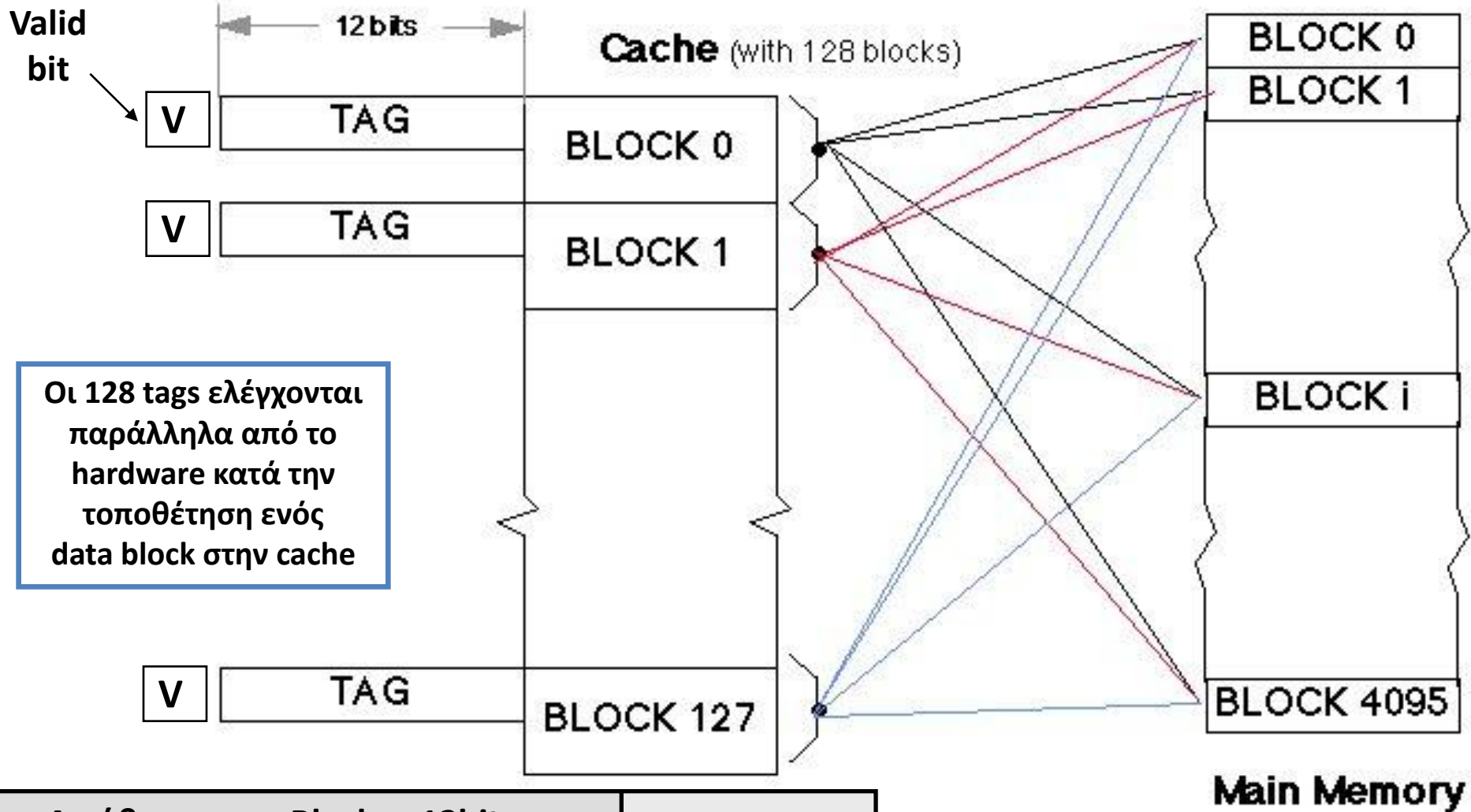
## 8-way set associative (fully associative)

| Tag | Data | Tag | Data | Tag | Data | Tag | Data | Tag | Data | Tag | Data | Tag | Data |
|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|
|     |      |     |      |     |      |     |      |     |      |     |      |     |      |

# Παράδειγμα οργάνωσης cache-διευθυνσιοδότηση

- $L_1$  cache με 128 cache block frames
- Κάθε block frame περιέχει 4 λέξεις (16 bytes)
- 16-bit διευθύνσεις μνήμης στην cache  
(64Kbytes κύρια μνήμη ή 4096 blocks μνήμης)
- Δείξτε την οργάνωση της cache (mapping) και τα πεδία διευθύνσεων της cache για:
  - Fully Associative cache.
  - Direct mapped cache.
  - 2-way set-associative cache.

# Fully Associative Case



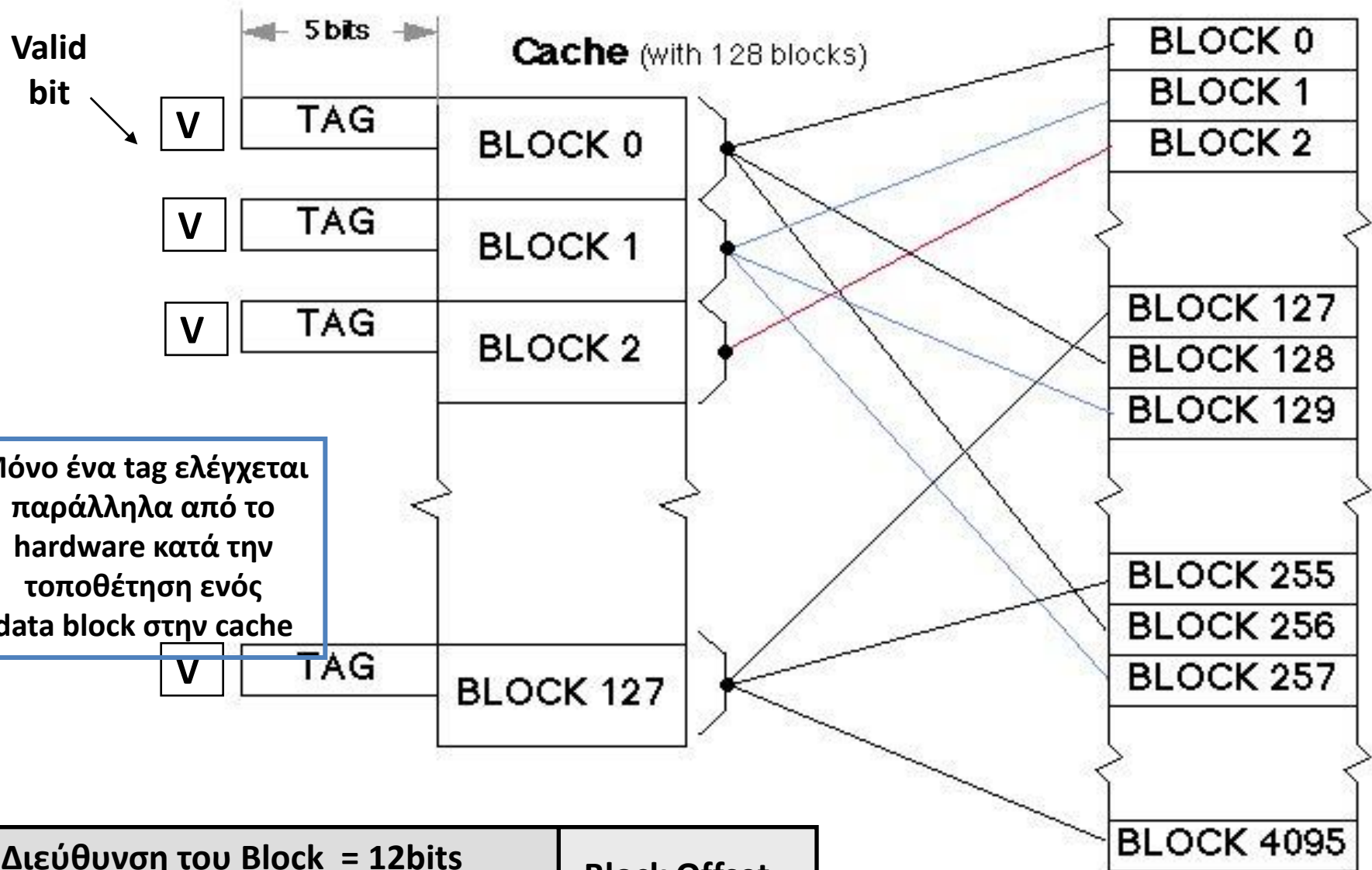
Οι 128 tags ελέγχονται παράλληλα από το hardware κατά την τοποθέτηση ενός data block στην cache

Διεύθυνση του Block = 12bits

Tag = 12bits

Block Offset =  
4bits

# Direct Mapped Cache



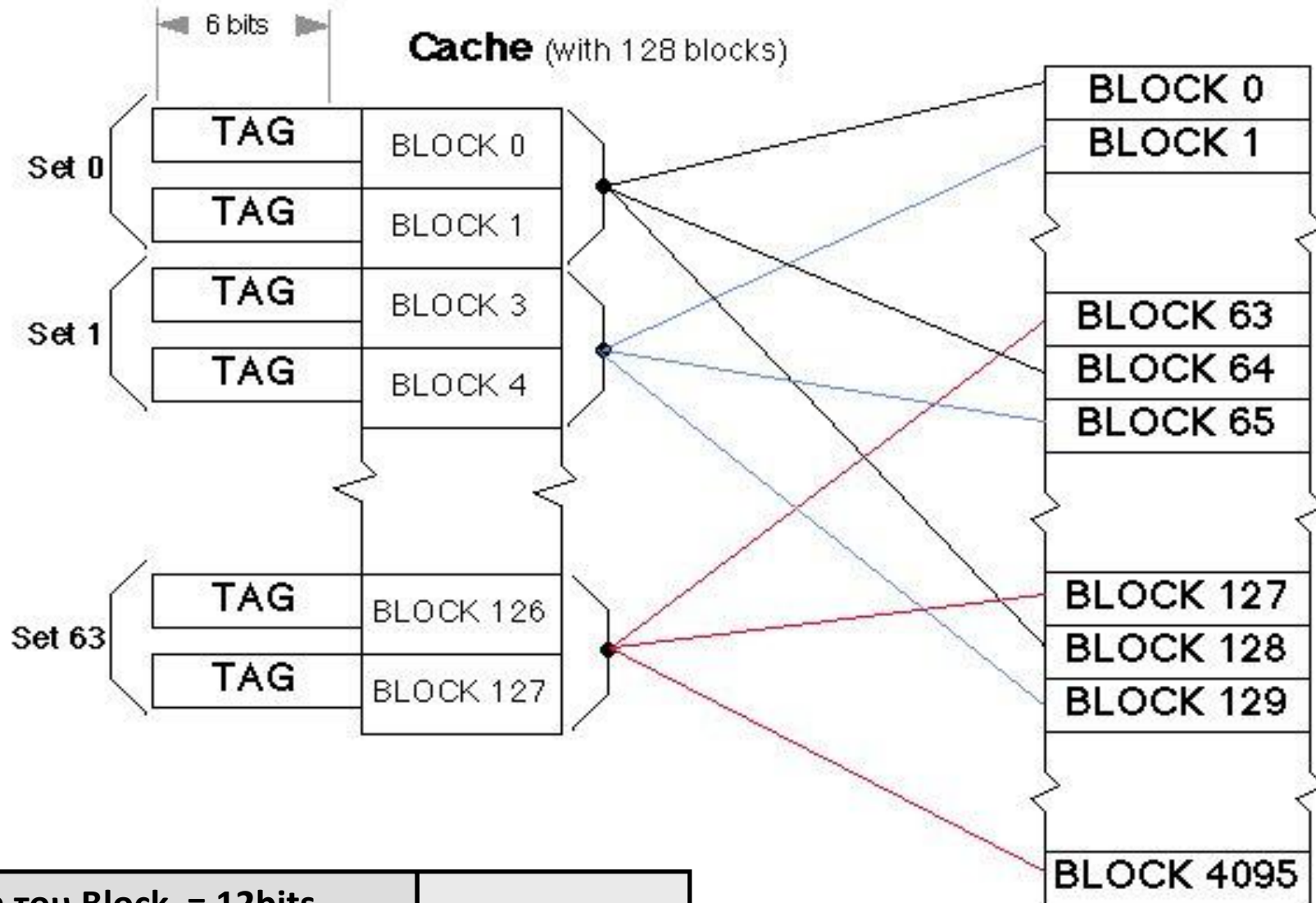
Διεύθυνση του Block = 12bits

Block Offset =  
4bits

Tag = 5bits

Index = 7bits

# 2-Way Set-Associative Cache



Δύο tags σε ένα set ελέγχονται παράλληλα από το hardware κατά την τοποθέτηση ενός data block στην cache

|                              |               |                      |
|------------------------------|---------------|----------------------|
| Διεύθυνση του Block = 12bits |               | Block Offset = 4bits |
| Tag = 6bits                  | Index = 6bits |                      |



# Προσπέλαση δεδομένων σε Direct Mapped Cache

Η CPU καλεί προς  
ανάγνωση τις εξής  
διευθύνσεις:

0x00000014

0x00000048

0x0000001C

0x00004014

## Κύρια μνήμη

διεύθυνση

τιμή της λέξης

00000010

*a*

00000014

*b*

00000018

*c*

0000001C

*d*

...

...

00000040

*e*

00000044

*f*

00000048

*g*

0000004C

*h*

...

...

00004010

*i*

00004014

*j*

00004018

*k*

0000401C

*l*

...

...

# 8KB Direct-mapped cache 4W blocks

Αρχικά όλες οι θέσεις invalid

| index | valid | tag  | 0x0-3 | 0x4-7 | 0x8-B | 0xC-F |
|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|
| 0     | 0     |      |       |       |       |       |
| 1     | 0     |      |       |       |       |       |
| 2     | 0     |      |       |       |       |       |
| 3     | 0     |      |       |       |       |       |
| 4     | 0     |      |       |       |       |       |
| 5     | 0     |      |       |       |       |       |
| 6     | 0     |      |       |       |       |       |
| 7     | 0     |      |       |       |       |       |
| ...   | ....  | .... | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 510   | 0     |      |       |       |       |       |
| 511   | 0     |      |       |       |       |       |

# 8KB Direct-mapped cache 4W blocks

Read 00000000000000000000000000000001 0100 (0x00000014)

| index | valid | tag | 0x0-3 | 0x4-7 | 0x8-B | 0xC-F |
|-------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|
| 0     | 0     |     |       |       |       |       |
| 1     | 0     |     |       |       |       |       |
| 2     | 0     |     |       |       |       |       |
| 3     | 0     |     |       |       |       |       |
| 4     | 0     |     |       |       |       |       |
| 5     | 0     |     |       |       |       |       |
| 6     | 0     |     |       |       |       |       |
| 7     | 0     |     |       |       |       |       |
| ...   | ...   | ... | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 510   | 0     |     |       |       |       |       |
| 511   | 0     |     |       |       |       |       |

Read block 1 : invalid data στο block 1 !



# 8KB Direct-mapped cache 4W blocks

Read 0001 0100

| index | valid | tag  | 0x0-3 | 0x4-7 | 0x8-B | 0xC-F |
|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|
| 0     | 0     |      |       |       |       |       |
| 1     | 1     | 0    | a     | b     | c     | d     |
| 2     | 0     |      |       |       |       |       |
| 3     | 0     |      |       |       |       |       |
| 4     | 0     |      |       |       |       |       |
| 5     | 0     |      |       |       |       |       |
| 6     | 0     |      |       |       |       |       |
| 7     | 0     |      |       |       |       |       |
| ...   | ....  | .... | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 510   | 0     |      |       |       |       |       |
| 511   | 0     |      |       |       |       |       |

Φόρτωσε τα ζητούμενα δεδομένα στην cache !

# 8KB Direct-mapped cache 4W blocks

Read 00000000000000000000 00000001 0100

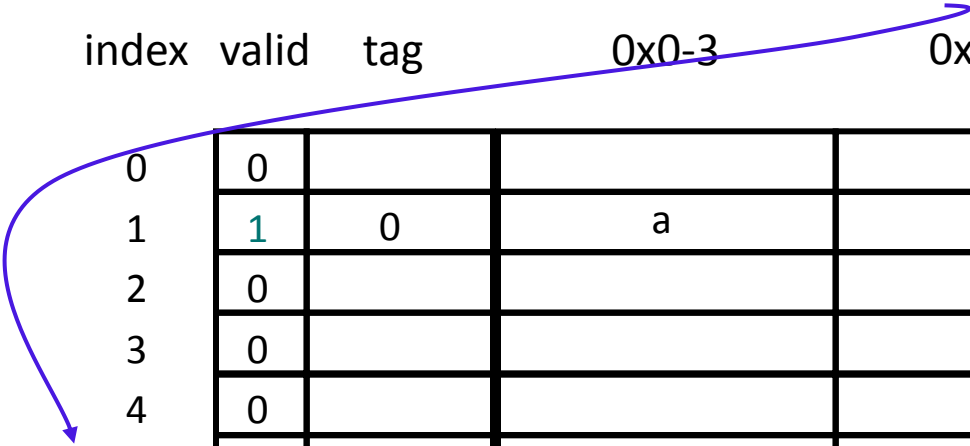
| index | valid | tag  | 0x0-3 | 0x4-7 | 0x8-B | 0xC-F |
|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|
| 0     | 0     |      |       |       |       |       |
| 1     | 1     | 0    | a     | b     | c     | d     |
| 2     | 0     |      |       |       |       |       |
| 3     | 0     |      |       |       |       |       |
| 4     | 0     |      |       |       |       |       |
| 5     | 0     |      |       |       |       |       |
| 6     | 0     |      |       |       |       |       |
| 7     | 0     |      |       |       |       |       |
| ...   | ....  | .... | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 510   | 0     |      |       |       |       |       |
| 511   | 0     |      |       |       |       |       |

Επέστρεψε το b (θέση 0100) στην CPU

# 8KB Direct-mapped cache 4W blocks

Read 000000000000000000000000 000000100 1000 (0x00000048)

| index | valid | tag  | 0x0-3 | 0x4-7 | 0x8-B | 0xC-F |
|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|
| 0     | 0     |      |       |       |       |       |
| 1     | 1     | 0    | a     | b     | c     | d     |
| 2     | 0     |      |       |       |       |       |
| 3     | 0     |      |       |       |       |       |
| 4     | 0     |      |       |       |       |       |
| 5     | 0     |      |       |       |       |       |
| 6     | 0     |      |       |       |       |       |
| 7     | 0     |      |       |       |       |       |
| ...   | ....  | .... | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 510   | 0     |      |       |       |       |       |
| 511   | 0     |      |       |       |       |       |



Read block 4 : invalid data στο block 4 !

# 8KB Direct-mapped cache 4W blocks

Read 000000000000000000000000 000000100 1000

| index | valid | tag  | 0x0-3 | 0x4-7 | 0x8-B | 0xC-F |
|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|
| 0     | 0     |      |       |       |       |       |
| 1     | 1     | 0    | a     | b     | c     | d     |
| 2     | 0     |      |       |       |       |       |
| 3     | 0     |      |       |       |       |       |
| 4     | 1     | 0    | e     | f     | g     | h     |
| 5     | 0     |      |       |       |       |       |
| 6     | 0     |      |       |       |       |       |
| 7     | 0     |      |       |       |       |       |
| ...   | ....  | .... | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 510   | 0     |      |       |       |       |       |
| 511   | 0     |      |       |       |       |       |

Φόρτωσε τα ζητούμενα δεδομένα στην cache και κάνε το block valid !

# 8KB Direct-mapped cache 4W blocks

Read 00000000000000000000 000000100 1000

| index | valid | tag  | 0x0-3 | 0x4-7 | 0x8-B | 0xC-F |
|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|
| 0     | 0     |      |       |       |       |       |
| 1     | 1     | 0    | a     | b     | c     | d     |
| 2     | 0     |      |       |       |       |       |
| 3     | 0     |      |       |       |       |       |
| 4     | 1     | 0    | e     | f     | g     | h     |
| 5     | 0     |      |       |       |       |       |
| 6     | 0     |      |       |       |       |       |
| 7     | 0     |      |       |       |       |       |
| ...   | ....  | .... | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 510   | 0     |      |       |       |       |       |
| 511   | 0     |      |       |       |       |       |



Επέστρεψε στην CPU την τιμή g !





# 8KB Direct-mapped cache 4W blocks

Read 0000000000000000000000000000000011100

| index | valid | tag | 0x0-3 | 0x4-7 | 0x8-B | 0xC-F |
|-------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|
| 0     | 0     |     |       |       |       |       |
| 1     | 1     | 0   | a     | b     | c     | d     |
| 2     | 0     |     |       |       |       |       |
| 3     | 0     |     |       |       |       |       |
| 4     | 1     | 0   | e     | f     | g     | h     |
| 5     | 0     |     |       |       |       |       |
| 6     | 0     |     |       |       |       |       |
| 7     | 0     |     |       |       |       |       |
| ...   | ...   | ... | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 510   | 0     |     |       |       |       |       |
| 511   | 0     |     |       |       |       |       |

Το πεδίο tag έχει τη σωστή τιμή ! Άρα επιστρέφεται η τιμή d

# 8KB Direct-mapped cache 4W blocks

Read 0000000000000000000010 000000001 0100 (0x00004014)

| index | valid | tag | 0x0-3 | 0x4-7 | 0x8-B | 0xC-F |
|-------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|
| 0     | 0     |     |       |       |       |       |
| 1     | 1     | 0   | a     | b     | c     | d     |
| 2     | 0     |     |       |       |       |       |
| 3     | 0     |     |       |       |       |       |
| 4     | 1     | 0   | e     | f     | g     | h     |
| 5     | 0     |     |       |       |       |       |
| 6     | 0     |     |       |       |       |       |
| 7     | 0     |     |       |       |       |       |
| ...   | ...   | ... | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 510   | 0     |     |       |       |       |       |
| 511   | 0     |     |       |       |       |       |

Read block 1 !

# 8KB Direct-mapped cache 4W blocks

Read 0000000000000000000010000000001 0100

| index | valid | tag  | 0x0-3 | 0x4-7 | 0x8-B | 0xC-F |
|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|
| 0     | 0     |      |       |       |       |       |
| 1     | 1     | 0    | a     | b     | c     | d     |
| 2     | 0     |      |       |       |       |       |
| 3     | 0     |      |       |       |       |       |
| 4     | 1     | 0    | e     | f     | g     | h     |
| 5     | 0     |      |       |       |       |       |
| 6     | 0     |      |       |       |       |       |
| 7     | 0     |      |       |       |       |       |
| ...   | ....  | .... | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 510   | 0     |      |       |       |       |       |
| 511   | 0     |      |       |       |       |       |

Valid data αλλά το πεδίο tag δεν είναι το σωστό 2!=0  
**Miss** : πρέπει να αντικατασταθεί το block 1 με νέα δεδομένα

# 8KB Direct-mapped cache 4W blocks

Read 00000000000000000010 000000001 0100

| index | valid | tag | 0x0-3 | 0x4-7 | 0x8-B | 0xC-F |
|-------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|
| 0     | 0     |     |       |       |       |       |
| 1     | 1     | 2   | i     | j     | k     | l     |
| 2     | 0     |     |       |       |       |       |
| 3     | 0     |     |       |       |       |       |
| 4     | 1     | 0   | e     | f     | g     | h     |
| 5     | 0     |     |       |       |       |       |
| 6     | 0     |     |       |       |       |       |
| 7     | 0     |     |       |       |       |       |
| ...   | ...   | ... | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 510   | 0     |     |       |       |       |       |
| 511   | 0     |     |       |       |       |       |

Φόρτωση το σωστό περιεχόμενο και στείλε το j στην CPU

# Υπολογισμός του αριθμού των bits που χρειάζονται

- Πόσα bits συνολικά χρειάζονται σε μία direct-mapped cache με 64 KBytes data και blocks της 1 λέξης, για 32-bit διευθύνσεις;
  - 64 Kbytes = 16 Kwords =  $2^{14}$  words =  $2^{14}$  blocks
  - Block size = 4 bytes  $\Rightarrow$  offset size = 2 bits,
  - #sets = #blocks =  $2^{14}$   $\Rightarrow$  index size = 14 bits
  - Tag size = address size - index size - offset size =  $32 - 14 - 2 = 16$  bits
  - Bits/block = data bits + tag bits + valid bit =  $32 + 16 + 1 = 49$
  - Bits της cache = #blocks  $\times$  bits/block =  $2^{14} \times 49 = 98$  Kbytes
- Πόσα bits συνολικά χρειάζονται σε μία 4-way set associative cache για την αποθήκευση των ίδιων δεδομένων;
  - Block size και #blocks δεν αλλάζει.
  - #sets = #blocks/4 =  $(2^{14})/4 = 2^{12}$   $\Rightarrow$  index size = 12 bits
  - Tag size = address size - index size - offset =  $32 - 12 - 2 = 18$  bits
  - Bits/block = data bits + tag bits + valid bit =  $32 + 18 + 1 = 51$
  - Bits της cache = #blocks  $\times$  bits/block =  $2^{14} \times 51 = 102$  Kbytes
- Αύξηση του associativity  $\Rightarrow$  Αύξηση των bits της cache

# Υπολογισμός του αριθμού των bits που χρειάζονται

- Πόσα bits συνολικά χρειάζονται σε μία direct- mapped cache με 64KBytes data και blocks των 8 λέξεων, για 32-bit διευθύνσεις ( $2^{32}$  bytes μπορούν να αποθηκευθούν στη μνήμη);
  - 64 Kbytes =  $2^{14}$  words =  $(2^{14})/8 = 2^{11}$  blocks
  - block size = 32 bytes
    - => offset size = block offset + byte offset = 5 bits
  - #sets = #blocks =  $2^{11}$  => index size = 11 bits
  - tag size = address size - index size - offset size = 32 - 11 - 5 = 16 bits
  - bits/block = data bits + tag bits + valid bit = 8 x 32 + 16 + 1 = 273 bits
  - bits in cache = #blocks x bits/block =  $2^{11}$  x 273 = 68.25 Kbytes
- Αύξηση του μεγέθους του block => Μείωση των bits της cache.

# Μηχανισμοί αντικατάστασης ενός block της cache

- **Random** (τυχαία) – επιλογή ενός τυχαίου block με βάση κάποια ψευδοτυχαία ακολουθία
  - απλή υλοποίηση στο hardware
  - είναι η τεχνική που χρησιμοποιείται συνήθως
- **LRU** (least recently used) – αντικαθιστάται το block που δεν έχει χρησιμοποιηθεί για περισσότερη ώρα
  - ακριβή υλοποίηση στο hardware
- **FIFO** (first in - first out) - αντικαθιστάται το block που έχει εισαχθεί πρώτο στην cache



# Μηχανισμοί εγγραφής σε block (σε περίπτωση write hit/miss)

- Σε περίπτωση write-hit, γνωστοποιείται η αλλαγή στην κύρια μνήμη ;  
ναι : **write-through**  
όχι : **write-back**
- Σε περίπτωση write-miss, τοποθετείται το block στην cache;  
ναι : **write-allocate** (συνήθως με write-back)  
όχι : **write-no-allocate** (συνήθως με write-through)

# Write Policies: Write-Back & Write-Through

- **write-back**: ενημέρωση της μνήμης μόνο κατά την απομάκρυνση του block από την cache
  - οι εγγραφές πραγματοποιούνται με την ταχύτητα της cache
  - dirty bit κατά την τροποποίηση – αντικατάσταση των “clean” block χωρίς ενημέρωση της μνήμης
    - Χαμηλό ποσοστό misses
    - Πολλές εγγραφές ενός block σε μία ενημέρωση
- **write-through**: ενημέρωση της μνήμης σε κάθε εγγραφή
  - το κατώτερο ιεραρχικά επίπεδο περιέχει τα εγκυρότερα δεδομένα
  - εύκολη υλοποίηση (εξασφάλιση data coherency)
  - αυξημένη μετακίνηση δεδομένων προς τη μνήμη
  - συχνά χρησιμοποιείται ένας write buffer για αποφυγή καθυστερήσεων όσο ενημερώνεται η μνήμη

# Write Through vs Write Back

- **Write Through** - the information is written to both the block in the cache and to the block in the lower-level memory.

## Pros

- read miss never results in writes to main memory
- easy to implement
- main memory always has the most current copy of the data (consistent)

## Cons

- write is slower
- every write needs a main memory access
- as a result uses more memory bandwidth

- **Write Back** - the information is written only to the block in the cache. The modified cache block is written to main memory only when it is replaced. To reduce the frequency of writing back blocks on replacement, a dirty bit is commonly used. This status bit indicates whether the block is dirty (modified while in the cache) or clean (not modified). A clean block is not written on a miss.

## Pros

- writes occur at the speed of the cache memory
- multiple writes within a block require only one write to main memory
- as a result uses less memory bandwidth

## Cons

- harder to implement
- main memory is not always consistent with cache
- reads that result in replacement may cause writes of dirty blocks to main memory

# Write-Allocate & Write-no-allocate (στη περίπτωση write-miss)

- **Write-allocate:** το block ενημερώνεται στη μνήμη και μετά μεταφέρεται από τη μνήμη στη cache
- **Write-no-allocate:** το block ενημερώνεται στη μνήμη και δεν μεταφέρεται στη cache

“Allocate” a cache line to store the memory block !

# Read hit / miss

- **read hit** : ανάγνωση των δεδομένων από την cache
- **read miss** : μεταφορά ολόκληρου του block που περιέχει τα δεδομένα που αναζητάμε στην cache και στη συνέχεια όπως στο read hit

# Write hit / miss

- **Write-back & Write-allocate**

- **write hit:**

- Εγγραφή των δεδομένων στην cache (μόνο).
    - Το block είναι dirty
    - Η κύρια μνήμη ενημερώνεται μόνο όταν απομακρυνθεί το block από την cache

- **write miss:**

- Το block:

- Ενημερώνεται στη μνήμη
      - μεταφέρεται στην cache
      - Στη συνέχεια όπως στο write hit

# Write hit / miss

- **Write-through & write-no-allocate**
  - **write hit:**
    - Εγγραφή των νέων δεδομένων στην cache
    - Ενημέρωση της κύρια μνήμης
  - **write miss:**
    - Εγγραφή μόνο στην κύρια μνήμη
    - Δεν εμπλέκεται καθόλου η cache

## ***Write Back with Write Allocate:***

- on hits it writes to cache setting “dirty” bit for the block, main memory is not updated;
- on misses it updates the block in main memory and brings the block to the cache;
- Subsequent writes to the same block, if the block originally caused a miss, will hit in the cache next time, setting dirty bit for the block. That will eliminate extra memory accesses and result in very efficient execution compared with Write Through with Write Allocate combination.

## ***Write Back with No Write Allocate:***

- on hits it writes to cache setting “dirty” bit for the block, main memory is not updated;
- on misses it updates the block in main memory not bringing that block to the cache;
- Subsequent writes to the same block, if the block originally caused a miss, will generate misses all the way and result in very inefficient execution.



## ***Write Through with Write Allocate:***

- on hits it writes to cache and main memory
- on misses it updates the block in main memory and brings the block to the cache
- Bringing the block to cache on a miss does not make a lot of sense in this combination because the next hit to this block will generate a write to main memory anyway (according to Write Through policy)

## ***Write Through with No Write Allocate:***

- on hits it writes to cache and main memory;
- on misses it updates the block in main memory not bringing that block to the cache;
- Subsequent writes to the block will update main memory because Write Through policy is employed. So, some time is saved not bringing the block in the cache on a miss because it appears useless anyway.



# 8KB Direct-mapped cache - 4W blocks write through

Write 000000000000000000000000 000000100 0100

| index | valid | tag  | 0x0-3 | 0x4-7 | 0x8-B | 0xC-F |
|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|
| 0     | 0     |      |       |       |       |       |
| 1     | 1     | 2    | i     | j     | k     | l     |
| 2     | 0     |      |       |       |       |       |
| 3     | 0     |      |       |       |       |       |
| 4     | 1     | 0    | e     | m     | g     | h     |
| 5     | 0     |      |       |       |       |       |
| 6     | 0     |      |       |       |       |       |
| 7     | 0     |      |       |       |       |       |
| ...   | ....  | .... | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 510   | 0     |      |       |       |       |       |
| 511   | 0     |      |       |       |       |       |

Valid data - σωστό tag – εγγραφή στο πεδίο 0100 της cache και ενημέρωση της κύριας μνήμης !



# 8KB Direct-mapped cache - 4W blocks write through

Write 000000000000000000000000 000000100 0100

| Ind. | V   | dirty | tag | 0x0-3 | 0x4-7 | 0x8-B | 0xC-F |
|------|-----|-------|-----|-------|-------|-------|-------|
| 0    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 1    | 1   | 0     | 2   | i     | j     | k     | l     |
| 2    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 3    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 4    | 1   | 1     | 0   | e     | m     | g     | h     |
| 5    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 6    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 7    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| ...  | ... | ...   | ... | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 510  | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 511  | 0   | 0     |     |       |       |       |       |

Valid data - σωστό tag – εγγραφή στο πεδίο 0100 της cache και ενημέρωση του dirty bit !

# 8KB Direct-mapped cache - 4W blocks write through

Read 00000000000000000000100 000000100 1100 (0x0000804C)

| Ind. | V   | dirty | tag | 0x0-3 | 0x4-7 | 0x8-B | 0xC-F |
|------|-----|-------|-----|-------|-------|-------|-------|
| 0    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 1    | 1   | 0     | 2   | i     | j     | k     | l     |
| 2    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 3    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 4    | 1   | 1     | 0   | e     | m     | g     | h     |
| 5    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 6    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 7    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| ...  | ... | ...   | ... | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 510  | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 511  | 0   | 0     |     |       |       |       |       |

Read block 4 !

# 8KB Direct-mapped cache - 4W blocks write through

Read 00000000000000000000100 000000100 1100

| Ind. | V   | dirty | tag | 0x0-3 | 0x4-7 | 0x8-B | 0xC-F |
|------|-----|-------|-----|-------|-------|-------|-------|
| 0    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 1    | 1   | 0     |     |       |       |       |       |
| 2    | 0   | 0     | 2   | i     | j     | k     | l     |
| 3    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 4    | 1   | 1     |     |       |       |       |       |
| 5    | 0   | 0     | 0   | e     | m     | g     | h     |
| 6    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 7    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| ...  | ... | ...   | ... | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 510  | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 511  | 0   | 0     |     |       |       |       |       |

Valid data – το πεδίο tag όμως δεν ταιριάζει : 0!=4

Το dirty bit είναι 1 : Ενημερώνεται η μνήμη (0x00000040-0x0000004F) και στη συνέχεια φορτώνεται η σωστή διεύθυνση

# 8KB Direct-mapped cache - 4W blocks write through

Read 00000000000000000000100 000000100 1100

| Ind. | V   | dirty | tag | 0x0-3 | 0x4-7 | 0x8-B | 0xC-F |
|------|-----|-------|-----|-------|-------|-------|-------|
| 0    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 1    | 1   | 0     | 2   | i     | j     | k     | l     |
| 2    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 3    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 4    | 1   | 0     | 4   | p     | q     | r     | s     |
| 5    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 6    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 7    | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| ...  | ... | ...   | ... | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 510  | 0   | 0     |     |       |       |       |       |
| 511  | 0   | 0     |     |       |       |       |       |

Φορτώνεται η σωστή διεύθυνση - ενημερώνονται τα πεδία tag - dirty  
 Επιστρέφεται η τιμή r στη CPU



# Επίδοση των επιπέδων μνήμης (performance)

- μέσος χρόνος προσπέλασης των δεδομένων (access time)

$$t_{avg} = t_{hit} + miss\ rate \cdot t_{miss\ penalty}$$

# Cache : ενοποιημένη ή όχι;

- Ενοποιημένη για εντολές και δεδομένα (unified)
  - Μικρότερο κατασκευαστικό κόστος
  - Καλύτερο ισοζύγισμα του χώρου που καταλαμβάνεται από εντολές/δεδομένα
  - Επιπλέον misses λόγω διεκδίκησης κοινών θέσεων στην cache (conflict misses)
- Δύο διαφορετικές caches για εντολές και δεδομένα (data cache & instruction cache)
  - 2-πλάσιο εύρος ζώνης
  - όχι conflict misses

# Παράδειγμα

- Σε ποια περίπτωση έχουμε καλύτερη επίδοση;  
Σε σύστημα με 16KB instruction cache και 16KB data cache ή σε σύστημα με 32KB unified cache;  
Υποθέτουμε ότι το 36% των εντολών είναι εντολές αναφοράς στη μνήμη (load/store).  
hit time = 1 clock cycle  
miss penalty = 100 clock cycles  
στη unified cache είναι: hit time = 2 clock cycles

Χρησιμοποιείστε τα δεδομένα του ακόλουθου πίνακα (αναφέρονται σε 1000 εντολές):

|      | Instr.cache | data cache | unified cache |
|------|-------------|------------|---------------|
| 16KB | 3.82        | 40.9       | 51.0          |
| 32KB | 1.36        | 38.4       | 43.3          |

# Παράδειγμα (συνέχεια...)

- Λύση

$$\text{miss rate} = \frac{\text{misses}}{\text{mem accesses}}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{miss rate}_{16 \text{ KB instr cache}} &= \frac{3.82}{1000} = 0.0038 \\ \text{miss rate}_{16 \text{ KB data cache}} &= \frac{40.9}{360} = 0.114 \end{aligned} \right\} 74\% \cdot 0.0038 + 26\% \cdot 0.114 = 0.0324$$
$$\text{miss rate}_{32 \text{ KB unif cache}} = \frac{43.3}{1000 + 360} = 0.0318$$

miss rate (unified cache) < miss rate (instr + data cache)

# Παράδειγμα (συνέχεια...)

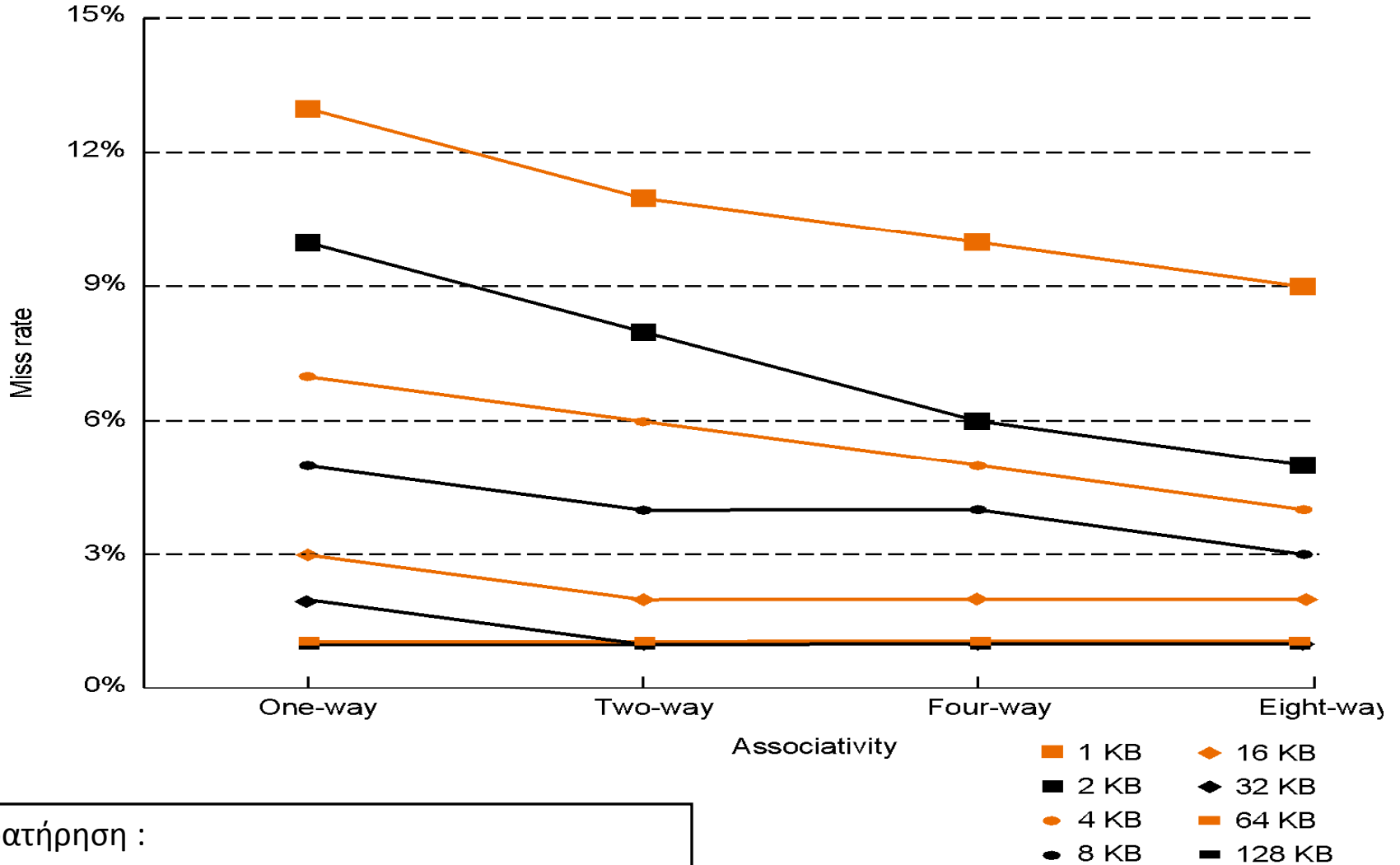
- Λύση

$$t_{avg} = t_{instr} + t_{data} = 74 \% \cdot 1 + 0.004 \cdot 100 \quad \neq \quad 26 \% \cdot 1 + 0.114 \cdot 100 \\ = 4.26$$

$$t_{avg} = 2 + 0.0318 \cdot 100 = 5.18$$

μέσος χρόνος/access (instr+data cache) < μέσος χρόνος/access (unified cache)

# Cache Associativity



Παρατήρηση :

Μια 4-way cache έχει σχεδόν το ίδιο hit rate με μια direct-mapped cache διπλάσιου μεγέθους

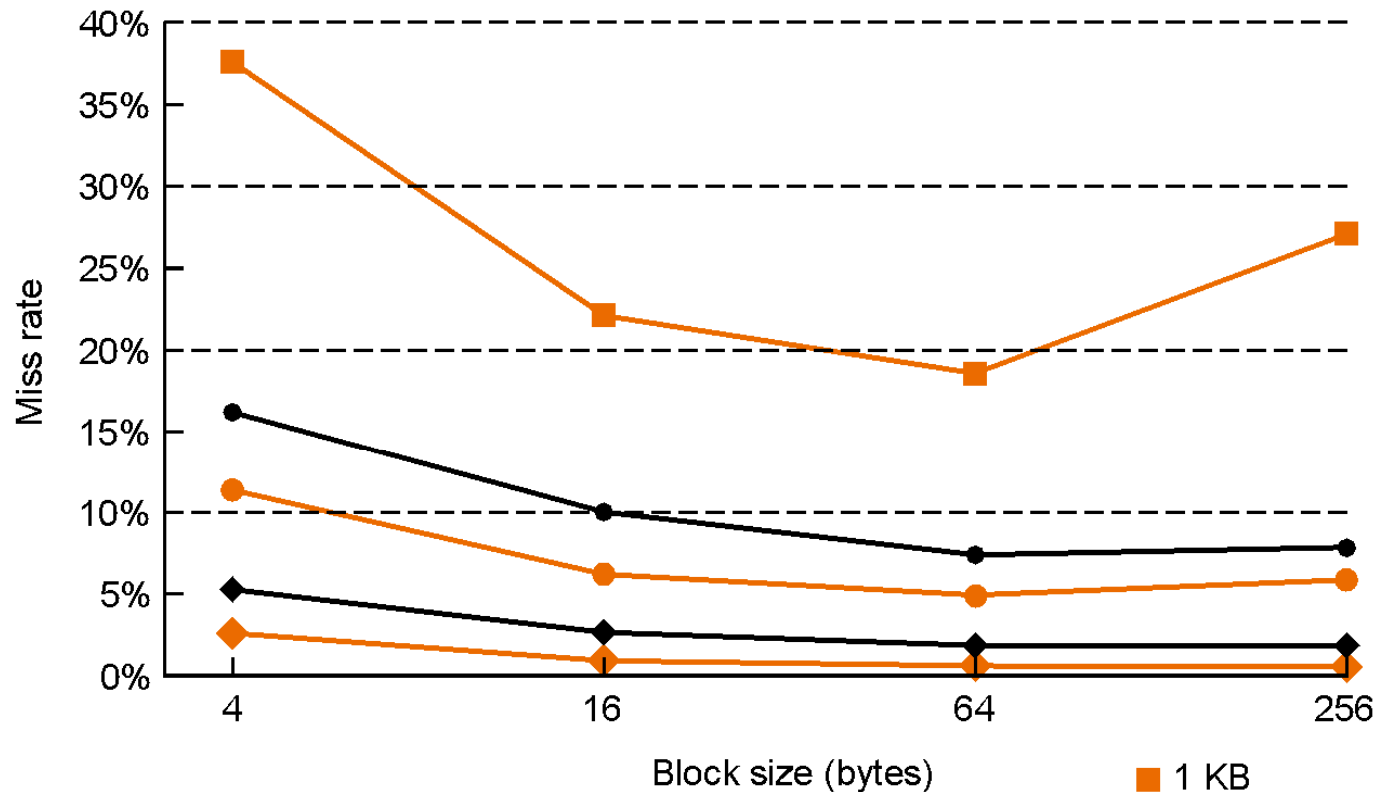
# Μέγεθος των Cache Blocks

| tag | data (χώρος για μεγάλο block) |
|-----|-------------------------------|
|     |                               |
|     |                               |
|     |                               |
|     |                               |

- Σε μεγάλα cache blocks επωφελούμαστε από την spatial locality.
- Λιγότερος χώρος απαιτείται για tag (με δεδομένη χωρητικότητα της cache)
- Υπερβολικά μεγάλο μέγεθος block σπαταλάει το χώρο της cache
- Τα μεγάλα blocks απαιτούν μεγαλύτερο χρόνο μεταφοράς (transfer time).

Ένας καλός σχεδιασμός απαιτεί συμβιβασμούς!

# Μέγεθος Block και Miss Rate



Κανόνας : το μέγεθος του block πρέπει να είναι μικρότερο από την τετραγωνική ρίζα του μεγέθους της cache.



# Miss Rates

- Caches διαφορετικού μεγέθους, Associativity & αλγορίθμους αντικατάστασης block

| Associativity: | 2-way |        | 4-way |        | 8-way |        |
|----------------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|
|                | LRU   | Random | LRU   | Random | LRU   | Random |
| Μέγεθος        |       |        |       |        |       |        |
| 16 KB          | 5.18% | 5.69%  | 4.67% | 5.29%  | 4.39% | 4.96%  |
| 64 KB          | 1.88% | 2.01%  | 1.54% | 1.66%  | 1.39% | 1.53%  |
| 256 KB         | 1.15% | 1.17%  | 1.13% | 1.13%  | 1.12% | 1.12%  |

# Επίδοση των caches

Για CPU με ένα μόνο επίπεδο (L1) cache και καθόλου καθυστέρηση όταν έχουμε cache hit:

← Με ιδανική μνήμη

**Χρόνος CPU** = (κύκλοι ρολογιού κατά τη λειτουργία της CPU + κύκλοι ρολογιού λόγω καθυστέρησης από προσπέλαση της μνήμης (Mem stalls))  
x χρόνος 1 κύκλου ρολογιού

**Mem stalls** =

(Αναγνώσεις x miss rate αναγνώσεων x miss penalty αναγνώσεων) +  
(Εγγραφές x miss rate εγγραφών x miss penalty εγγραφών)

Αν τα miss penalties των αναγνώσεων και των εγγραφών είναι ίδια:

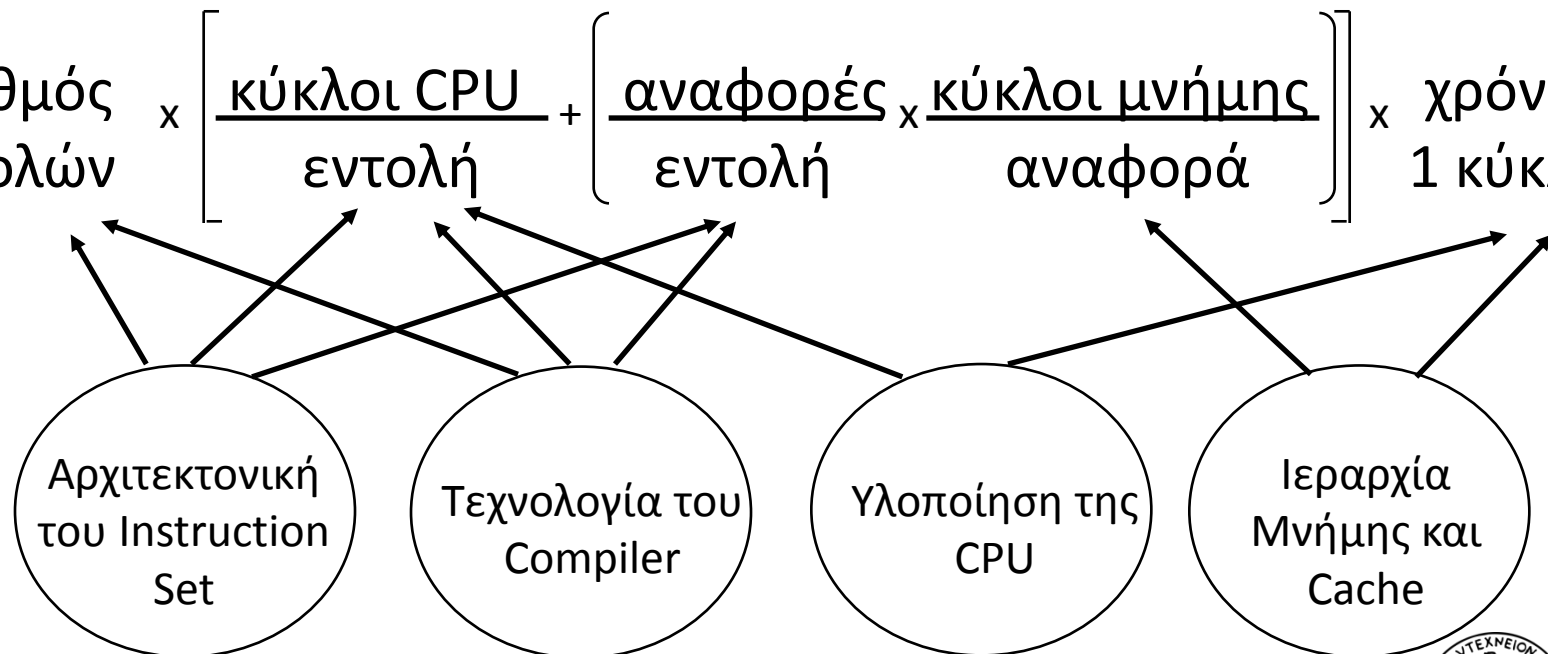
**Mem stalls** = Προσπελάσεις μνήμης x Miss rate x Miss penalty

# Χρόνος εκτέλεσης

$$\text{χρόνος εκτέλεσης} = \text{αριθμός εντολών} \times \frac{\text{κύκλοι}}{\text{εντολή}} \times \text{χρόνος 1 κύκλου}$$

$$= \text{αριθμός εντολών} \times \left[ \frac{\text{κύκλοι CPU}}{\text{εντολή}} + \frac{\text{κύκλοι μνήμης}}{\text{εντολή}} \right] \times \text{χρόνος 1 κύκλου}$$

$$= \text{αριθμός εντολών} \times \left[ \frac{\text{κύκλοι CPU}}{\text{εντολή}} + \left[ \frac{\text{αναφορές}}{\text{εντολή}} \times \frac{\text{κύκλοι μνήμης}}{\text{αναφορά}} \right] \right] \times \text{χρόνος 1 κύκλου}$$



# Επίδοση των caches

**CPUtime** = Instruction count x CPI x Χρόνος 1 κύκλου ρολογιού

**CPI<sub>execution</sub>** = CPI με ιδανική μνήμη

**CPI** = **CPI<sub>execution</sub>** + Mem stalls/εντολή

**CPUtime** = Instruction Count x (**CPI<sub>execution</sub>** + Mem stalls/εντολή)  
x χρόνος 1 κύκλου ρολογιού

**Mem stalls/εντολή** =

Προσπελάσεις μνήμης/εντολή x Miss rate x Miss penalty

**CPUtime** = IC x (**CPI<sub>execution</sub>** + Προσπελάσεις μνήμης ανά εντολή x  
Miss rate x Miss penalty) x Χρόνος 1 κύκλου ρολογιού

**Misses/εντολή** = Προσπελάσεις μνήμης ανά εντολή x Miss rate

**CPUtime** = IC x (**CPI<sub>execution</sub>** + Misses/εντολή x Miss penalty)  
x Χρόνος 1 κύκλου ρολογιού(C)

# Παράδειγμα

- Έστω μία CPU λειτουργεί με ρολόι 200 MHz (5 ns/cycle) και cache ενός επιπέδου.
- $CPI_{\text{execution}} = 1.1$
- Εντολές: 50% arith/logic, 30% load/store, 20% control
- Υποθέτουμε cache miss rate = 1.5% και miss penalty = 50 cycles.

$$CPI = CPI_{\text{execution}} + \text{Mem stalls/εντολή}$$

$$\text{Mem Stalls/εντολή} = \text{Mem accesses /εντολή} \times \text{Miss rate} \times \text{Miss penalty}$$

$$\text{Mem accesses /εντολή} = 1 + 0.3 = 1.3$$

Instruction fetch      Load/store

$$\text{Mem Stalls /εντολή} = 1.3 \times 0.015 \times 50 = 0.975$$

$$CPI = 1.1 + 0.975 = 2.075$$

Η ιδανική CPU χωρίς misses είναι  $2.075/1.1 = 1.88$  φορές γρηγορότερη

# Παράδειγμα

- Στο προηγούμενο παράδειγμα υποθέτουμε ότι διπλασιάζουμε τη συχνότητα του ρολογιού στα 400 MHz. Πόσο γρηγορότερο είναι το μηχάνημα για ίδιο miss rate και αναλογία εντολών;

Δεδομένου ότι η ταχύτητα της μνήμης δεν αλλάζει, το miss penalty καταναλώνει περισσότερους κύκλους CPU:

$$\text{Miss penalty} = 50 \times 2 = 100 \text{ cycles.}$$

$$\text{CPI} = 1.1 + 1.3 \times .015 \times 100 = 1.1 + 1.95 = 3.05$$

$$\begin{aligned} \text{Speedup} &= (\text{CPI}_{\text{old}} \times C_{\text{old}}) / (\text{CPI}_{\text{new}} \times C_{\text{new}}) \\ &= 2.075 \times 2 / 3.05 = 1.36 \end{aligned}$$

Το νέο μηχάνημα είναι μόνο 1.36 φορές ταχύτερο και όχι 2 φορές γρηγορότερο λόγω της επιπλέον επιβάρυνσης των cache misses.

→ CPUs με μεγαλύτερη συχνότητα ρολογιού, έχουν περισσότερους κύκλους/cache miss και μεγαλύτερη επιβάρυνση της μνήμης στο CPI.

# 2 επίπεδα Cache: $L_1$ , $L_2$

CPU

$L_1$  Cache

Hit Rate =  $H_1$ , Hit time = 1 κύκλος  
(καθόλου Stall)

$L_2$  Cache

Hit Rate =  $H_2$ , Hit time =  $T_2$  κύκλοι

Main Memory

Penalty λόγω προσπέλασης μνήμης,  $M$

# Cache 2 επιπέδων

$$\text{CPUtime} = \text{IC} \times (\text{CPI}_{\text{execution}} + \text{Mem Stalls/εντολή}) \times C$$

$$\text{Mem Stalls/εντολή} = \text{Mem accesses/εντολή} \times \text{Stalls/access}$$

- Για ένα σύστημα με 2 επίπεδα cache, χωρίς penalty όταν τα δεδομένα βρεθούν στην  $L_1$  cache:

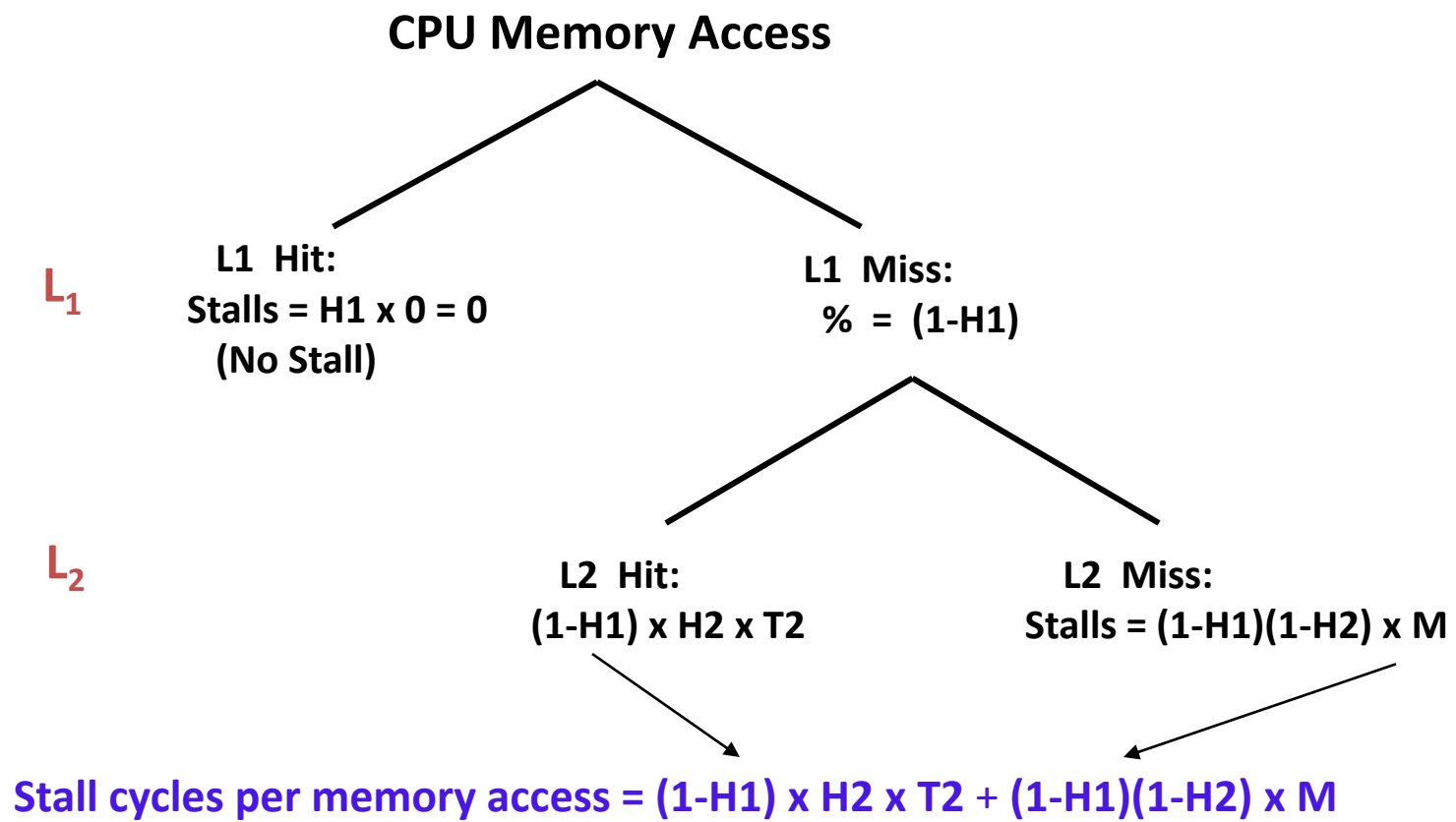
Stalls/memory access =

$$\begin{aligned} & [\text{miss rate } L_1] \times [\text{Hit rate } L_2 \times \text{Hit time } L_2 \\ & + \text{Miss rate } L_2 \times \text{Memory access penalty}] \\ = & (1-H_1) \times H_2 \times T_2 + (1-H_1)(1-H_2) \times M \end{aligned}$$

L1 Miss, L2 Hit

L1 Miss, L2 Miss:  
Προσπέλαση της Main Memory





# Παράδειγμα L2 Cache

- CPU με  $CPI_{\text{execution}} = 1.1$  και συχνότητα 500 MHz
- 1.3 memory accesses/εντολή.
- $L_1$  cache : στα 500 MHz με miss rate 5%
- $L_2$  cache : στα 250 MHz με miss rate 3%, ( $T_2 = 2$  κύκλοι)
- M (Memory access penalty) = 100 κύκλοι. Να βρεθεί το CPI.

$$CPI = CPI_{\text{execution}} + \text{Mem Stalls/εντολή}$$

$$\text{Χωρίς Cache, } CPI = 1.1 + 1.3 \times 100 = 131.1$$

$$\text{Με } L_1 \text{ Cache, } CPI = 1.1 + 1.3 \times 0.05 \times 100 = 7.6$$

$$\text{Mem Stalls/εντολή} = \text{Mem accesses/εντολή} \times \text{Stalls/access}$$

$$\begin{aligned} \text{Stalls/memory access} &= (1-H_1) \times H_2 \times T_2 + (1-H_1)(1-H_2) \times M \\ &= 0.05 \times 0.97 \times 2 + 0.05 \times 0.03 \times 100 \\ &= 0.097 + 0.15 = 0.247 \end{aligned}$$

$$\text{Mem Stalls/εντολή} = \text{Mem accesses/εντολή} \times \text{Stalls/access} = 0.247 \times 1.3 = 0.32$$

$$CPI = 1.1 + 0.32 = 1.42$$

$$\text{Speedup} = 7.6/1.42 = 5.35$$

# 3 επίπεδα Cache

CPU

L1 Cache

Hit Rate =  $H_1$ , Hit time = 1 κύκλος  
(καθόλου Stall)

L2 Cache

Hit Rate =  $H_2$ , Hit time =  $T_2$  κύκλοι

L3 Cache

Hit Rate =  $H_3$ , Hit time =  $T_3$

Main Memory

Memory access penalty,  $M$

# Επίδοση της L3 Cache

$$\text{CPUtime} = \text{IC} \times (\text{CPI}_{\text{execution}} + \text{Mem Stalls/εντολή}) \times C$$

$$\text{Mem Stalls/εντολή} = \text{Mem accesses /εντολή} \times \text{Stalls/access}$$

- Για ένα σύστημα με 3 επίπεδα cache, χωρίς penalty όταν τα δεδομένα βρεθούν στην  $L_1$  cache:

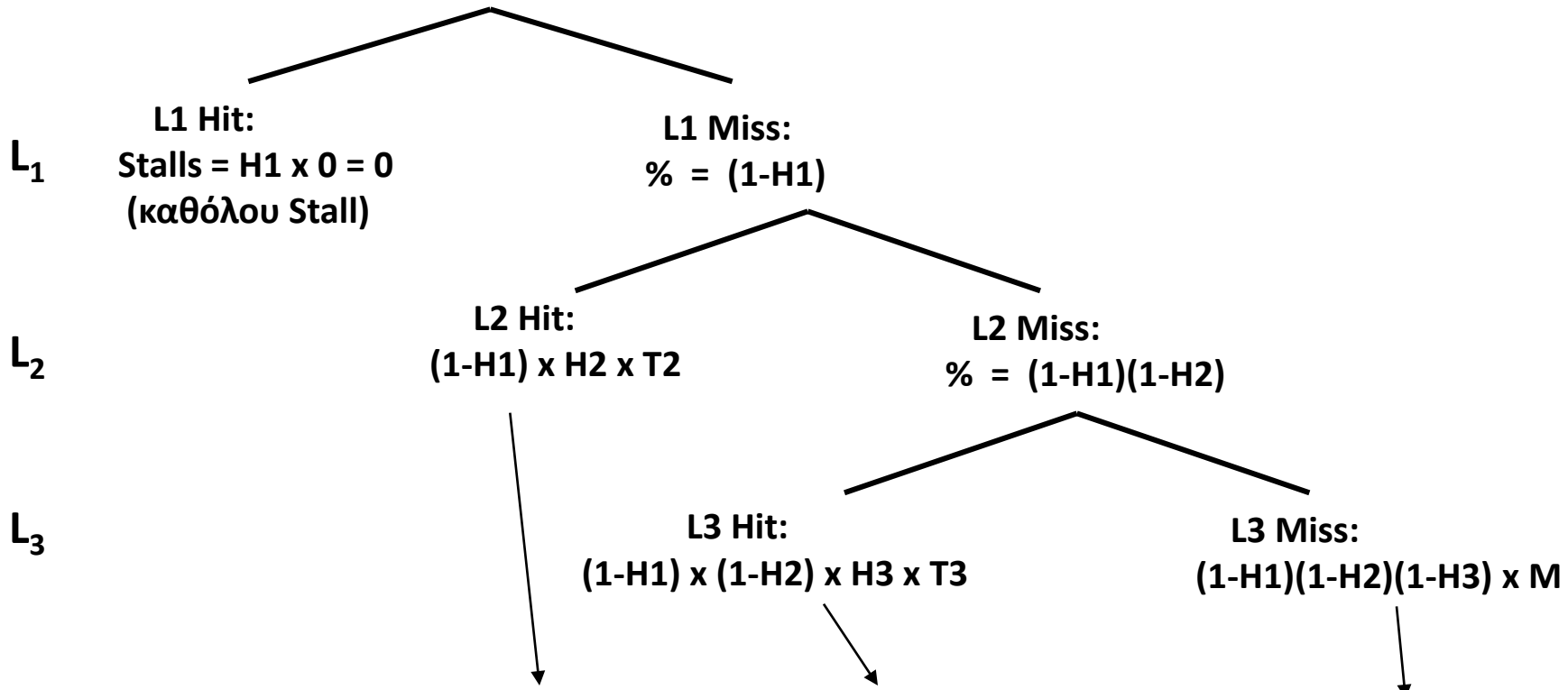
**Stalls/memory access =**

$$\begin{aligned} & [\text{miss rate } L_1] \times [ \text{Hit rate } L_2 \times \text{Hit time } L_2 \\ & \quad + \text{Miss rate } L_2 \times (\text{Hit rate } L_3 \times \text{Hit time } L_3 \\ & \quad + \text{Miss rate } L_3 \times \text{Memory access penalty}) ] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} = & (1-H_1) \times H_2 \times T_2 \\ & + (1-H_1) \times (1-H_2) \times H_3 \times T_3 \\ & + (1-H_1)(1-H_2)(1-H_3) \times M \end{aligned}$$

# Επίδοση της L3 Cache Memory Access Tree (CPU Stalls/Memory Access)

## CPU Memory Access



Stalls/memory access =  $(1-H1) \times H2 \times T2 + (1-H1) \times (1-H2) \times H3 \times T3 + (1-H1)(1-H2)(1-H3) \times M$

# Παράδειγμα L3 Cache

- CPU με  $CPI_{\text{execution}} = 1.1$  και συχνότητα 500 MHz
- 1.3 memory accesses/εντολή.
- $L_1$  cache : στα 500 MHz με miss rate 5%
- $L_2$  cache : στα 250 MHz με miss rate 3%, ( $T_2 = 2$  κύκλοι)
- $L_3$  cache : στα 100 MHz με miss rate 1.5%, ( $T_3 = 5$  κύκλοι)
- Memory access penalty,  $M = 100$  cycles. Να βρείτε το CPI.

χωρίς Cache,  $CPI = 1.1 + 1.3 \times 100 = 131.1$

Με  $L_1$  Cache,  $CPI = 1.1 + 1.3 \times 0.05 \times 100 = 7.6$

Με  $L_2$  Cache,  $CPI = 1.1 + 1.3 \times (0.05 \times 0.97 \times 2 + 0.05 \times 0.03 \times 100) = 1.42$

$$CPI = CPI_{\text{execution}} + \text{Mem Stalls/εντολή}$$

Mem Stalls/εντολή = Mem accesses/εντολή  $\times$  Stall cycles/access

$$\begin{aligned} \text{Stalls/memory access} &= (1-H_1) \times H_2 \times T_2 + (1-H_1) \times (1-H_2) \times H_3 \times T_3 + (1-H_1)(1-H_2)(1-H_3) \times M \\ &= 0.05 \times 0.97 \times 2 + 0.05 \times 0.03 \times 0.985 \times 5 + 0.05 \times 0.03 \times 0.015 \times 100 \\ &= 0.097 + 0.0075 + 0.00225 = 0.107 \end{aligned}$$

$$CPI = 1.1 + 1.3 \times 0.107 = 1.24$$

Speedup σε σχέση με  $L_1$  μόνο =  $7.6/1.24 = 6.12$

Speedup σε σχέση με  $L_1, L_2$  =  $1.42/1.24 = 1.15$