

Ασκήσεις Caches

Άσκηση 1η

Θεωρήστε ένα σύστημα μνήμης με μία cache:

- 4-way set associative
- μεγέθους 256KB,
- με cache line 8 λέξεων.

Χαρακτηριστικά συστήματος μνήμης:

- μέγεθος της λέξης είναι 32 bits.
- 1 byte η μικρότερη μονάδα δεδομένων που μπορεί να διευθυνσιοδοτηθεί
- 64 bit εύρος διευθύνσεων μνήμης

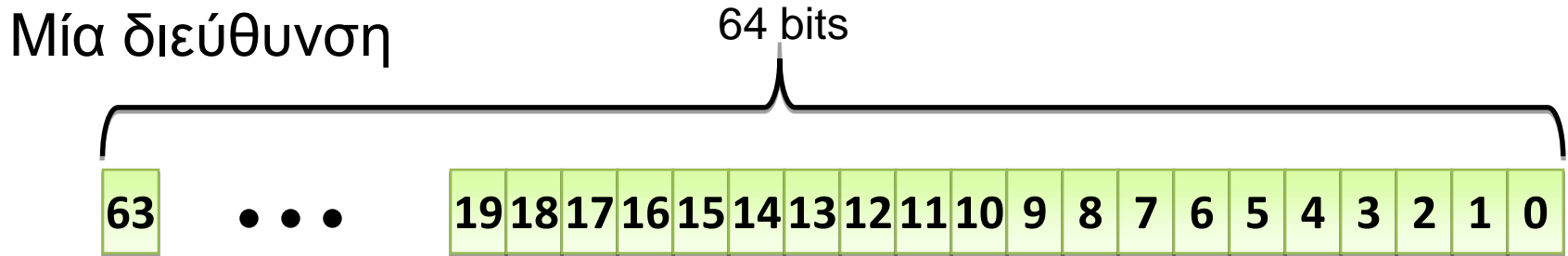


Ζητούμενο

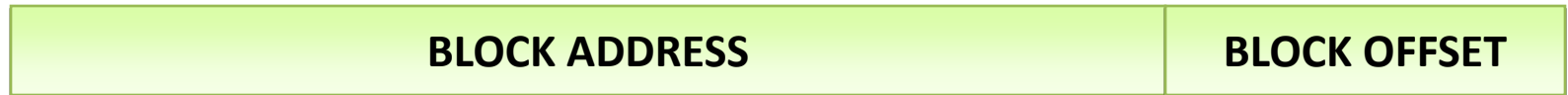
Για τα **επιμέρους πεδία** στα οποία χωρίζεται μία **διεύθυνση μνήμης** σε μία τέτοια οργάνωση cache, **υπολογίστε τον αριθμό των bits του καθενός.**

Παρουσιάστε ένα διάγραμμα που να δείχνει πώς διαχωρίζεται η **διεύθυνση** στα πεδία αυτά, και **εξηγήστε τη σημασία του καθενός.**

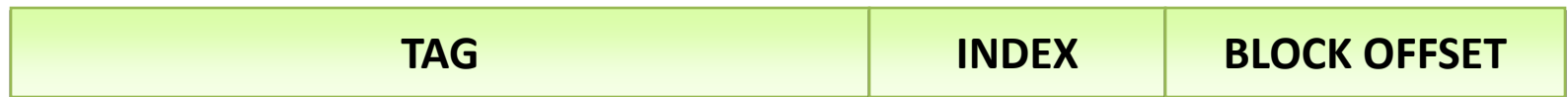
ΣΚΕΠΤΙΚΟ



χωρίζεται στα πεδία



ή



Πόσα bits είναι το εύρος κάθε πεδίου;

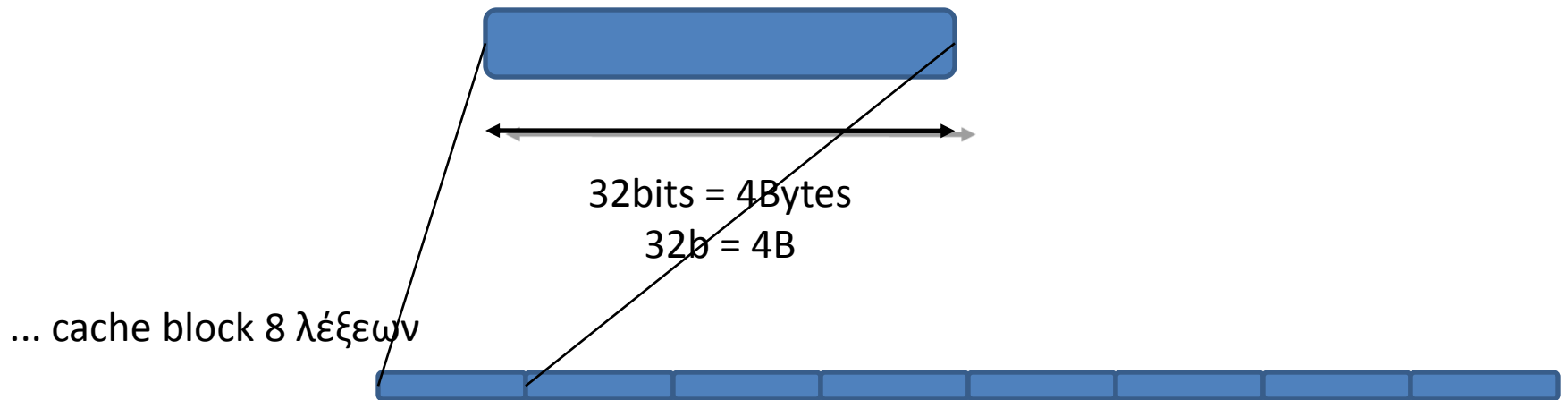
Το μέγεθος της λέξης είναι 32 bits



32bits = 4Bytes

32b = 4B

Το μέγεθος της λέξης είναι 32 bits

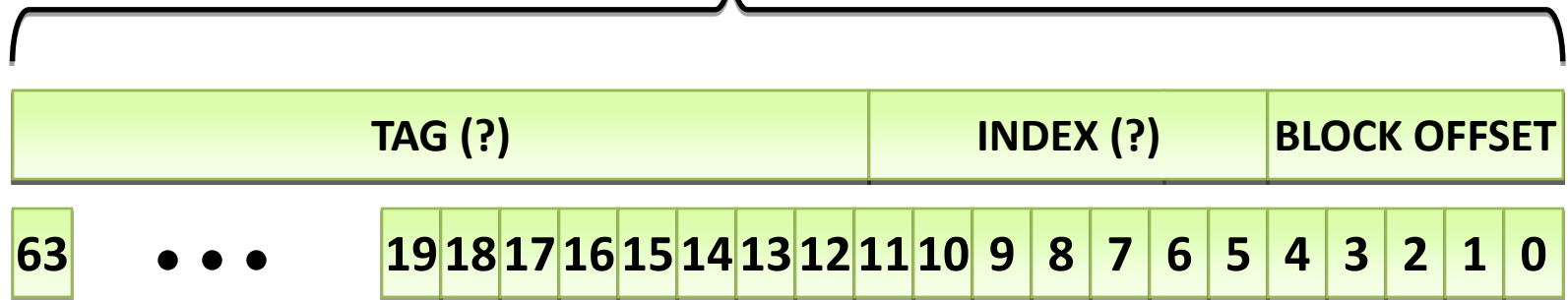


ένα cache block αποτελείται από 8 words



Μία διεύθυνση

64 bits



8 words 4 words 2 words 1 word 2 bytes

32 bytes 16 bytes 8 bytes 4 bytes

ένα cache block αποτελείται από 8 words



BLOCK OFFSET = 5 bits

ή

$\log_2 32 = 5$ bits

Το μέγεθος της λέξης είναι 32 bits



$$32\text{bits} = 4\text{Bytes}$$

$$32\text{b} = 4\text{B}$$

ένα cache block αποτελείται από 8 words



Το μέγεθος της λέξης είναι 32 bits

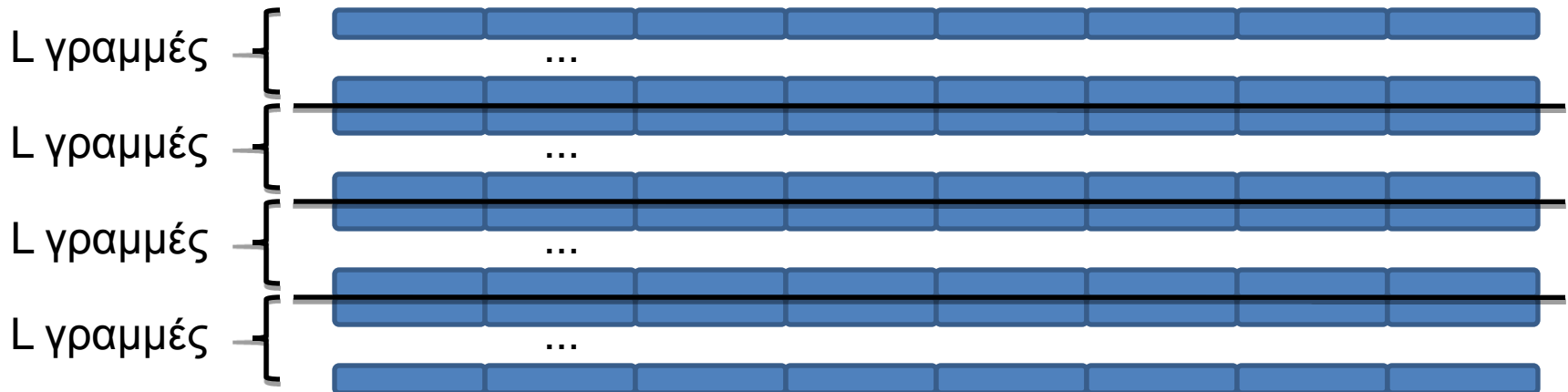


32bits = 4Bytes
32b = 4B

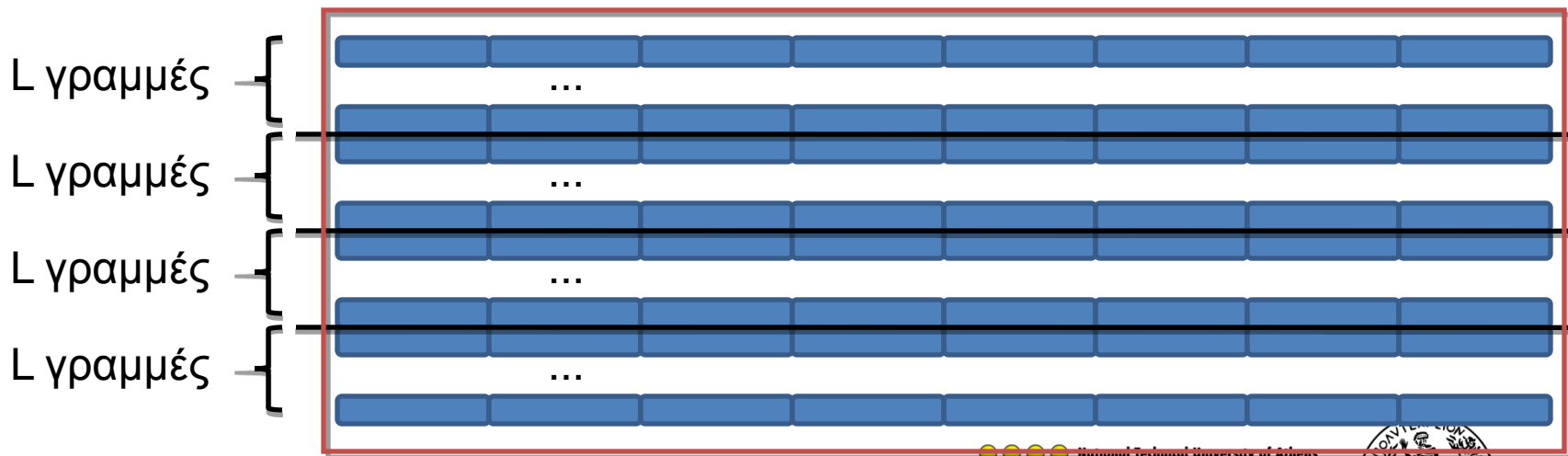
... 4-way set associative



... 4-way set associative

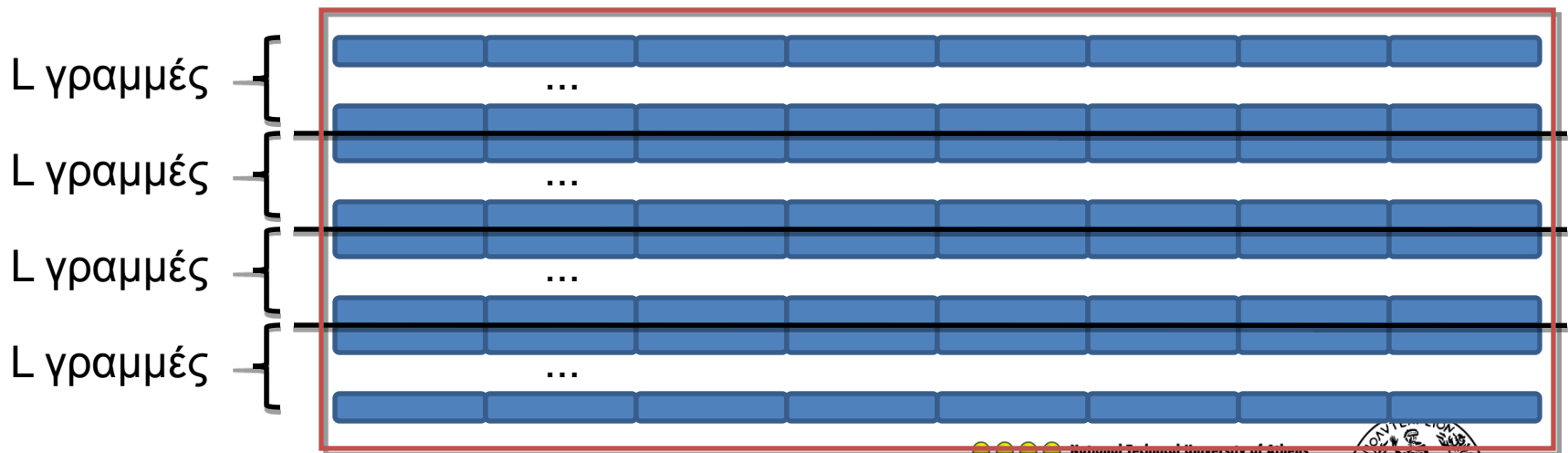


... μεγέθους 256KBytes



... μεγέθους 256KBytes

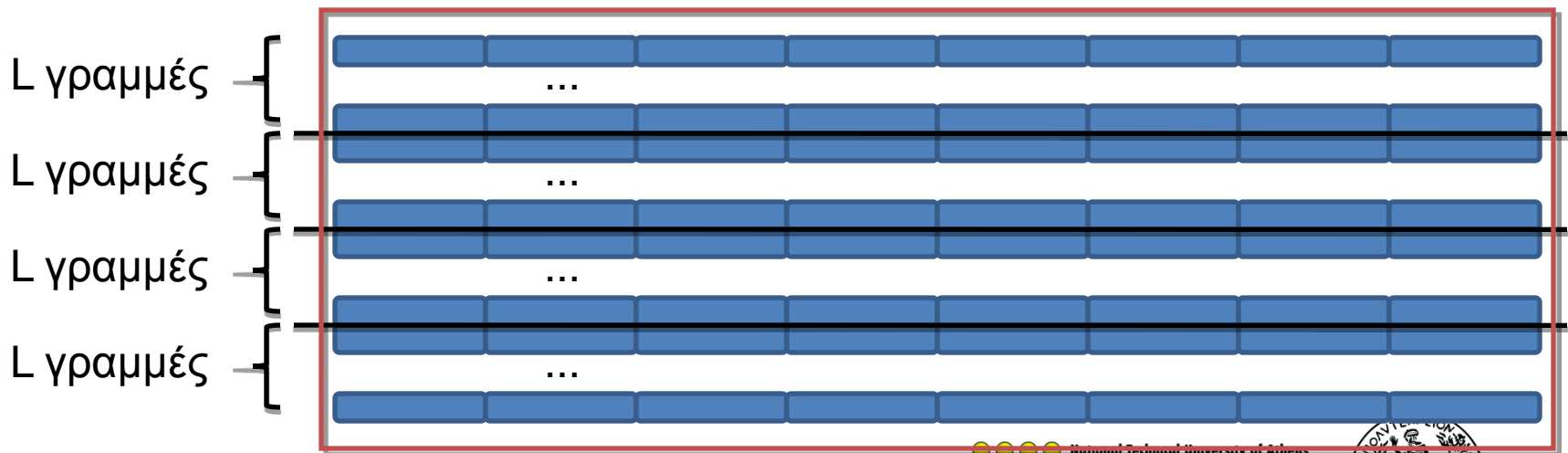
Δηλ. $4 \times L \times 8 \times 4\text{Bytes} = 256\text{KBytes}$



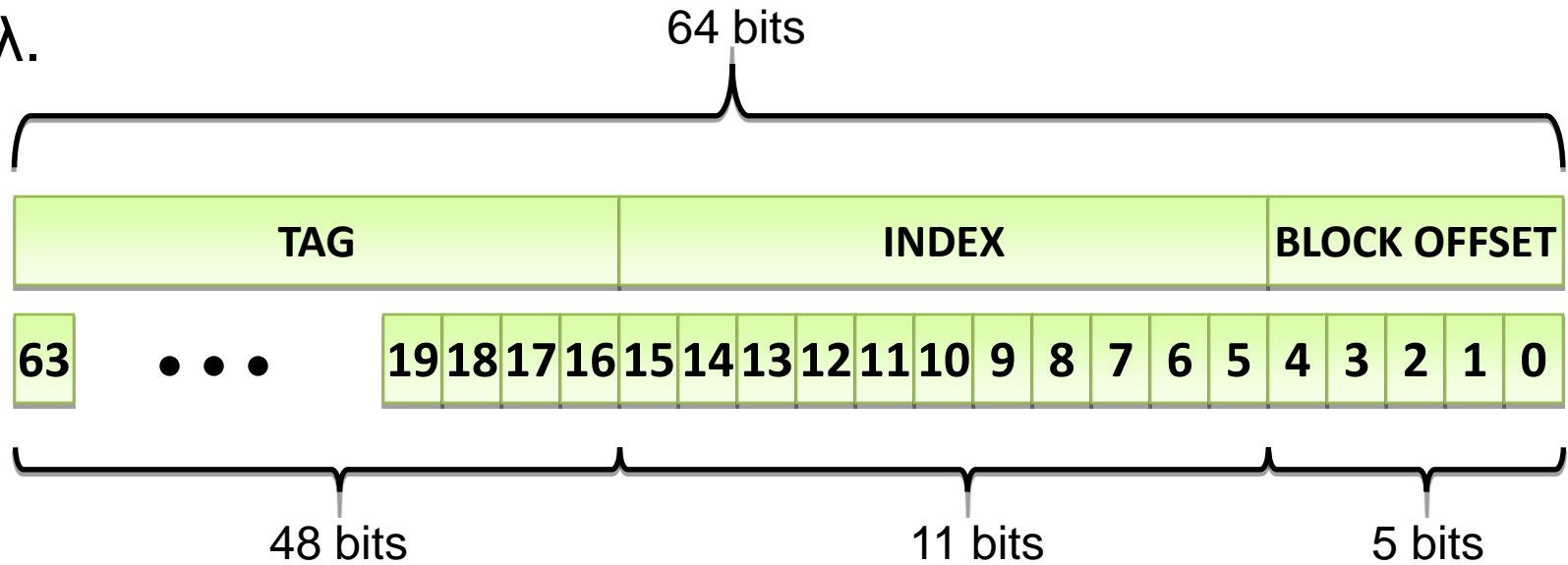
... μεγέθους 256KBytes

Δηλ. $4 \times L \times 8 \times 4\text{Bytes} = 256\text{KBytes}$

Άρα, $L = 2\text{K} = 2048$, δηλ. κάθε way έχει 2048 γραμμές (blocks).
Συνεπώς χρειάζονται **11 bits για το index**.

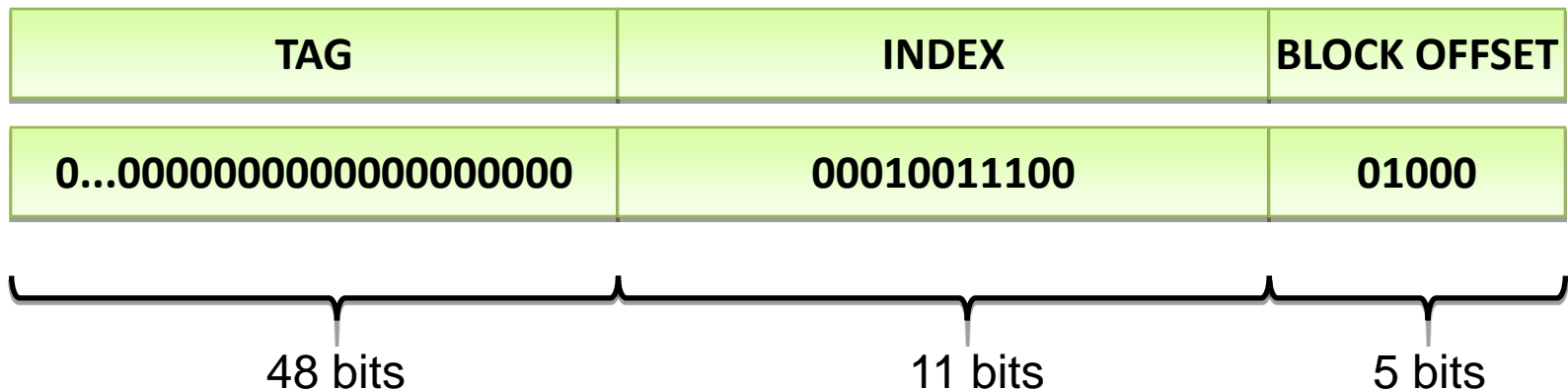


Δηλ.



Ζητούμενο (2)

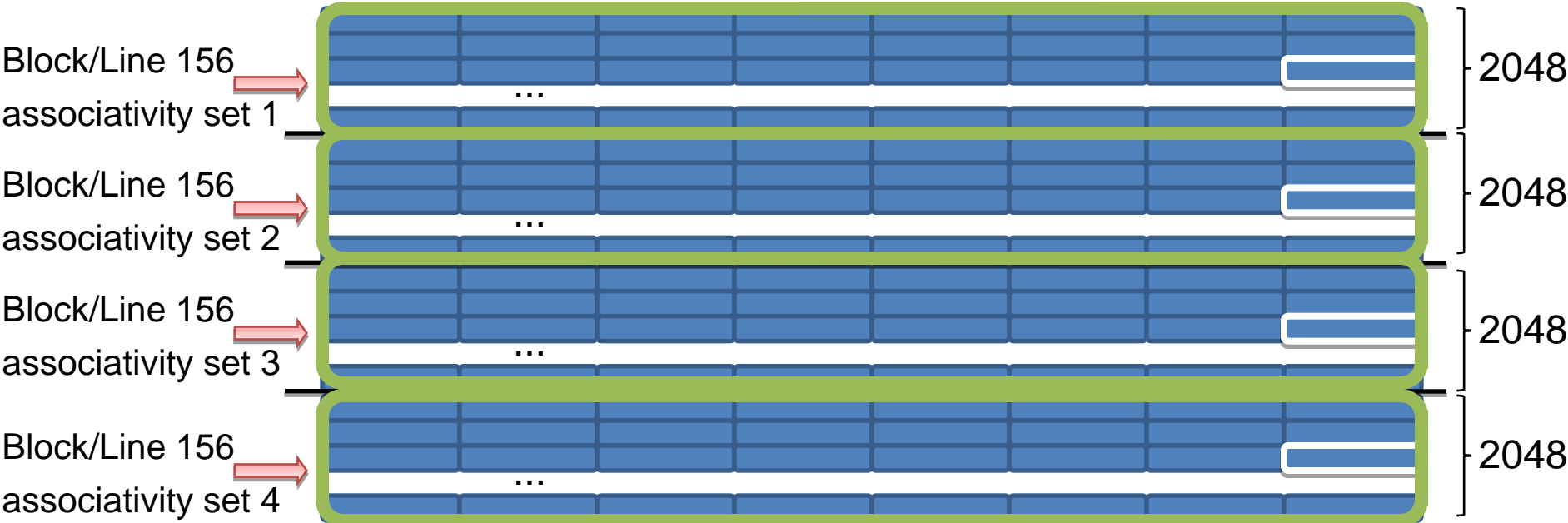
Σε ποιες θέσεις της cache μπορεί να απεικονιστεί το byte στη διεύθυνση μνήμης 5000_{10} ;



Το byte θα βρίσκεται στην 8η (01000₂) θέση του block.

Το block αυτό, μπορεί να απεικονιστεί σε οποιαδήποτε από τις 4 θέσεις (4 way-set associative) με τιμή 156 (10011100₂) της cache.

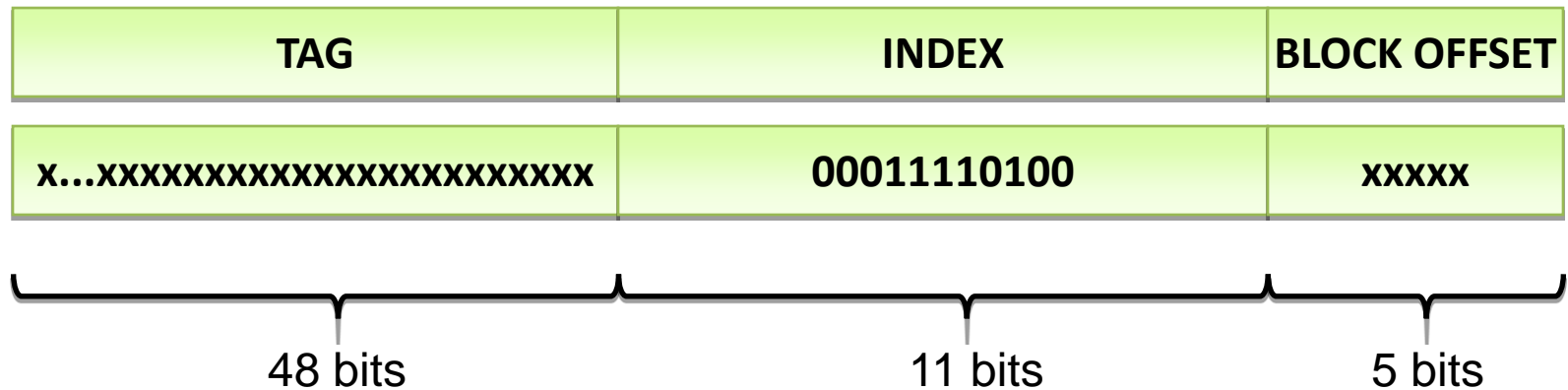
«Το block αυτό, μπορεί να απεικονιστεί σε οποιαδήποτε από τις 4 θέσεις (4 way-set associative) με τιμή 156 (10011100₂) της cache.»



Ζητούμενο (3)

Ποιες θέσεις μνήμης μπορούν να απεικονιστούν στο σύνολο 244 της cache;

Απάντηση

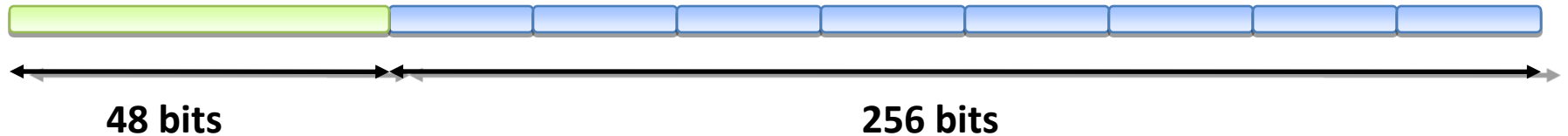


Όλες οι διευθύνσεις μνήμης που τα index bits είναι 244
(00011110100₂)

Ζητούμενο (4)

Τι ποσοστό του συνολικού μεγέθους της cache αφιερώνεται για τα bits του tag;

Απάντηση



Ένα cache block (cache line) αποτελείται από 256 bits δεδομένων, και του αντιστοιχεί 1 tag.

Επομένως (έστω ότι δε λαμβάνουμε υπόψη το valid bit), το ποσοστό του μεγέθους της cache που αφιερώνεται για τα bits του tag είναι $48/(48+256) = 15.78\%$.

Άσκηση 2η

Θεωρούμε το ακόλουθο κομμάτι κώδικα

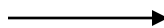
```
#define N 4
#define M 8
double c[N], a[N][M], b[M];
int i, j;

for(i = 0; i < N; i++)
    for(j = 0; j < M; j++)
        c[i] = c[i] + a[i][j] * b[j];
```

- Κάθε στοιχείο του πίνακα έχει μέγεθος 8 bytes
- Υπάρχει 1 επίπεδο κρυφής μνήμης, πλήρως συσχετιστικής, με LRU πολιτική αντικατάστασης, αποτελούμενη από 4 blocks δεδομένων μεγέθους 16 bytes
- Όλες οι μεταβλητές αποθηκεύονται σε καταχωρητές εκτός από τα στοιχεία των πινάκων
- Οι πίνακες αποθηκεύονται κατά γραμμές
- Η σειρά με την οποία γίνονται οι αναφορές είναι c, a, b, c.
- Αρχικά η cache είναι άδεια

Βρείτε το συνολικό ποσοστό αστοχίας (miss rate) για τον παραπάνω κώδικα

- 1 block = 16 bytes
- 1 στοιχείο = 8 bytes
- πίνακας αποθηκευμένος κατά γραμμές



σε 1 block της cache θα απεικονίζονται 2 διαδοχικά στοιχεία του πίνακα, π.χ. $a[i][j]$, $a[i][j+1]$

αναφορά στη μνήμη

$i=0, j=0$
 $c[0]$

compulsory miss

δηλαδή,
αναφερόμαστε για
1^η φορά στα
αντίστοιχα *blocks*...

περιεχόμενα cache

| $c[0]$ | $c[1]$ |
|--------|--------|
| | |
| | |
| | |

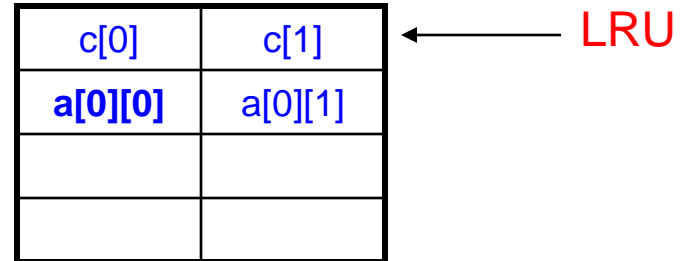
αναφορά στη μνήμη

$i=0, j=0$

$c[0]$ compulsory miss

$a[0][0]$ compulsory miss

περιεχόμενα cache



αναφορά στη μνήμη

i=0,j=0

c[0] **compulsory miss**

a[0][0] **compulsory miss**

b[0] **compulsory miss**

περιεχόμενα cache

| | | |
|---------|---------|-------|
| c[0] | c[1] | ← LRU |
| a[0][0] | a[0][1] | |
| b[0] | b[1] | |
| | | |

αναφορά στη μνήμη

i=0,j=0

c[0] compulsory miss

a[0][0] compulsory miss

b[0] compulsory miss

c[0] hit

περιεχόμενα cache

| | |
|---------|---------|
| c[0] | c[1] |
| a[0][0] | a[0][1] |
| b[0] | b[1] |
| | |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

$i=0, j=1$

$c[0]$

hit

περιεχόμενα cache

| | |
|-----------|-----------|
| $c[0]$ | $c[1]$ |
| $a[0][0]$ | $a[0][1]$ |
| $b[0]$ | $b[1]$ |
| | |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

i=0,j=1

c[0] hit

a[0][1] hit

περιεχόμενα cache

| | |
|---------|----------------|
| c[0] | c[1] |
| a[0][0] | a[0][1] |
| b[0] | b[1] |
| | |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

i=0,j=1

c[0] hit

a[0][1] hit

b[1] hit

περιεχόμενα cache

| | |
|---------|-------------|
| c[0] | c[1] |
| a[0][0] | a[0][1] |
| b[0] | b[1] |
| | |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

i=0,j=1

c[0] hit

a[0][1] hit

b[1] hit

c[0] hit

περιεχόμενα cache

| | |
|---------|---------|
| c[0] | c[1] |
| a[0][0] | a[0][1] |
| b[0] | b[1] |
| | |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

$i=0, j=2$

$c[0]$

hit

περιεχόμενα cache

| | |
|-----------|-----------|
| $c[0]$ | $c[1]$ |
| $a[0][0]$ | $a[0][1]$ |
| $b[0]$ | $b[1]$ |
| | |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

i=0,j=2

c[0] hit

a[0][2] compulsory miss

περιεχόμενα cache

| | |
|----------------|---------|
| c[0] | c[1] |
| a[0][0] | a[0][1] |
| b[0] | b[1] |
| a[0][2] | a[0][3] |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

i=0,j=2

c[0] hit

a[0][2] compulsory miss

b[2] compulsory miss

περιεχόμενα cache

| | |
|---------|---------|
| c[0] | c[1] |
| b[2] | b[3] |
| b[0] | b[1] |
| a[0][2] | a[0][3] |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

i=0, j=2

c[0] hit

a[0][2] compulsory miss

b[2] compulsory miss

c[0] hit

περιεχόμενα cache

| | |
|---------|---------|
| c[0] | c[1] |
| b[2] | b[3] |
| b[0] | b[1] |
| a[0][2] | a[0][3] |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

$i=0, j=3$

$c[0]$

hit

περιεχόμενα cache

| | |
|-----------|-----------|
| $c[0]$ | $c[1]$ |
| $b[2]$ | $b[3]$ |
| $b[0]$ | $b[1]$ |
| $a[0][2]$ | $a[0][3]$ |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

$i=0, j=3$

$c[0]$ hit

$a[0][3]$ hit

περιεχόμενα cache

| | |
|-----------|-----------------------------|
| $c[0]$ | $c[1]$ |
| $b[2]$ | $b[3]$ |
| $b[0]$ | $b[1]$ |
| $a[0][2]$ | $a[0][3]$ |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

i=0,j=3

c[0] hit

a[0][3] hit

b[3] hit

περιεχόμενα cache

| | |
|---------|-------------|
| c[0] | c[1] |
| b[2] | b[3] |
| b[0] | b[1] |
| a[0][2] | a[0][3] |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

i=0, j=3

c[0] hit

a[0][3] hit

b[3] hit

c[0] hit

περιεχόμενα cache

| | |
|---------|---------|
| c[0] | c[1] |
| b[2] | b[3] |
| b[0] | b[1] |
| a[0][2] | a[0][3] |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

$i=0, j=4$

$c[0]$ hit

περιεχόμενα cache

| | |
|-----------|-----------|
| $c[0]$ | $c[1]$ |
| $b[2]$ | $b[3]$ |
| $b[0]$ | $b[1]$ |
| $a[0][2]$ | $a[0][3]$ |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

$i=0, j=4$

$c[0]$ hit

$a[0][4]$ compulsory miss

περιεχόμενα cache

| | |
|-----------------------------|-----------|
| $c[0]$ | $c[1]$ |
| $b[2]$ | $b[3]$ |
| $a[0][4]$ | $a[0][5]$ |
| $a[0][2]$ | $a[0][3]$ |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

i=0,j=4

c[0] hit

a[0][4] compulsory miss

b[4] compulsory miss

περιεχόμενα cache

| | |
|-------------|---------|
| c[0] | c[1] |
| b[2] | b[3] |
| a[0][4] | a[0][5] |
| b[4] | b[5] |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

i=0, j=4

c[0] hit

a[0][4] compulsory miss

b[4] compulsory miss

c[0] hit

περιεχόμενα cache

| | |
|---------|---------|
| c[0] | c[1] |
| b[2] | b[3] |
| a[0][4] | a[0][5] |
| b[4] | b[5] |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

i=0,j=5

c[0] hit

a[0][5] hit

b[5] hit

c[0] hit

περιεχόμενα cache

| | |
|---------|---------|
| c[0] | c[1] |
| b[2] | b[3] |
| a[0][4] | a[0][5] |
| b[4] | b[5] |

← LRU

αναφορά στη μνήμη

c0 a00 b0 c0
c0 a01 b1 c0
c0 a02 b2 c0
c0 a03 b3 c0
c0 a04 b4 c0
c0 a05 b5 c0
c0 a06 b6 c0
c0 a07 b7 c0
c1 a10 b0 c1
c1 a11 b1 c1
c1 a12 b2 c1
c1 a13 b3 c1
c1 a14 b4 c1
c1 a15 b5 c1
c1 a16 b6 c1
c1 a17 b7 c1

αποτέλεσμα

m m m h
h h h h
h m m h
h h h h
h m m h
h h h h
h h h h
h m m h
h h h h
h m m h
h h h h
h m m h
h h h h

9 misses
23 hits

8 misses
24 hits

αναφορά στη μνήμη

c2 a20 b0 c2
c2 a21 b1 c2
c2 a22 b2 c2
c2 a23 b3 c2
c2 a24 b4 c2
c2 a25 b5 c2
c2 a26 b6 c2
c2 a27 b7 c2
c3 a30 b0 c3
c3 a31 b1 c3
c3 a32 b2 c3
c3 a33 b3 c3
c3 a34 b4 c3
c3 a35 b5 c3
c3 a36 b6 c3
c3 a37 b7 c3

αποτέλεσμα

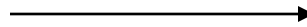
m m m h
h h h h
h m m h
h h h h
h m m h
h h h h
h h h h
h m m h
h h h h
h m m h
h h h h
h m m h
h h h h

9 misses
23 hits

8 misses
24 hits

Συνολικά

Accesses : 128
Misses : 34



Miss rate = 0.266

Άσκηση 3η

Θεωρούμε το ακόλουθο κομμάτι κώδικα

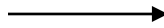
```
int i, j;  
double result, a[110][4];  
  
for(i=0; i<4; i++)  
for(j=0; j<100; j++)  
    result += a[j][i]*a[j+1][i] + 0.5;
```

Υποθέσεις:

- κάθε στοιχείο του πίνακα έχει μέγεθος 8 bytes
- υπάρχει 1 επίπεδο κρυφής μνήμης, πλήρως συσχετιστικής, με LRU πολιτική αντικατάστασης, αποτελούμενη από 100 blocks δεδομένων
- το μέγεθος του block είναι 32 bytes
- ο πίνακας είναι αποθηκευμένος στην κύρια μνήμη κατά γραμμές, και είναι «ευθυγραμμισμένος» ώστε το 1^ο στοιχείο του να απεικονίζεται στην αρχή μιας γραμμής της cache
- αρχικά η cache είναι άδεια

- Βρείτε ποιες από τις αναφορές στα στοιχεία του πίνακα α για όλη την εκτέλεση του παραπάνω κώδικα καταλήγουν σε *misses* στην *cache*.
- Υποδείξτε ποια είναι *compulsory*, ποια είναι *capacity*, και ποια *conflict*.
- Δώστε τον συνολικό αριθμό των *misses*.

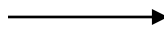
- 1 block = 32 bytes
- 1 στοιχείο = 8 bytes
- πίνακας αποθηκευμένος κατά γραμμές



σε 1 block της cache θα απεικονίζονται 4 διαδοχικά στοιχεία του πίνακα, π.χ.
 $a[i][j]$, $a[i][j+1]$, $a[i][j+2]$, $a[i][j+3]$

ΕΠΙΠΛΕΟΝ

- πίνακας ευθυγραμμισμένος



σε 1 block της cache θα απεικονίζεται 1 ολόκληρη γραμμή του πίνακα, δηλαδή
 $a[i][j]$, $a[i][j+1]$, $a[i][j+2]$, $a[i][j+3]$
όπου $j\%4=0$

αναφορά στη μνήμη

περιεχόμενα cache

$i=0, j=0$
 $a[0][0]$

compulsory miss

δηλαδή,
αναφερόμαστε για 1^η
φορά στα αντίστοιχα
blocks...

| $a[0][0]$ | $a[0][1]$ | $a[0][2]$ | $a[0][3]$ |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

αναφορά στη μνήμη

περιεχόμενα cache

i=0,j=0

a[0][0] **compulsory miss**

a[1][0] **compulsory miss**

| | | | |
|----------------|---------|---------|---------|
| a[0][0] | a[0][1] | a[0][2] | a[0][3] |
| a[1][0] | a[1][1] | a[1][2] | a[1][3] |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

αναφορά στη μνήμη

περιεχόμενα cache

i=0,j=0

a[0][0] **compulsory miss**

a[1][0] **compulsory miss**

i=0,j=1

a[1][0] **hit**

| | | | |
|----------------|---------|---------|---------|
| a[0][0] | a[0][1] | a[0][2] | a[0][3] |
| a[1][0] | a[1][1] | a[1][2] | a[1][3] |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

αναφορά στη μνήμη

i=0,j=0

a[0][0] **compulsory miss**

a[1][0] **compulsory miss**

i=0,j=1

a[1][0] **hit**

a[2][0] **compulsory miss**

περιεχόμενα cache

| | | | |
|----------------|---------|---------|---------|
| a[0][0] | a[0][1] | a[0][2] | a[0][3] |
| a[1][0] | a[1][1] | a[1][2] | a[1][3] |
| a[2][0] | a[2][1] | a[2][2] | a[2][3] |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

αναφορά στη μνήμη

$i=0, j=0$

$a[0][0]$ **compulsory miss**

$a[1][0]$ **compulsory miss**

$i=0, j=1$

$a[1][0]$ **hit**

$a[2][0]$ **compulsory miss**

Έτσι για $i=0, j=1 \dots 99$ θα έχουμε 1 hit + 1 comp. miss για κάθε επανάληψη του j

περιεχόμενα cache

| | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $a[0][0]$ | $a[0][1]$ | $a[0][2]$ | $a[0][3]$ |
| $a[1][0]$ | $a[1][1]$ | $a[1][2]$ | $a[1][3]$ |
| $a[2][0]$ | $a[2][1]$ | $a[2][2]$ | $a[2][3]$ |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

αναφορά στη μνήμη

i=0,j=0

a[0][0] **compulsory miss**

a[1][0] **compulsory miss**

i=0,j=1

a[1][0] **hit**

a[2][0] **compulsory miss**

Έτσι για $i=0, j=1 \dots 99$ θα έχουμε 1
hit + 1 comp. miss για κάθε
επανάληψη του j



για $i=0$ θα έχουμε $2+99=101$
misses, όλα compulsory

περιεχόμενα cache

| | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| a[0][0] | a[0][1] | a[0][2] | a[0][3] |
| a[1][0] | a[1][1] | a[1][2] | a[1][3] |
| a[2][0] | a[2][1] | a[2][2] | a[2][3] |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

αναφορά στη μνήμη

$i=0, j=99$

$a[99][0]$

hit

περιεχόμενα cache

| | | | |
|------------------------------|------------|------------|------------|
| $a[0][0]$ | $a[0][1]$ | $a[0][2]$ | $a[0][3]$ |
| $a[1][0]$ | $a[1][1]$ | $a[1][2]$ | $a[1][3]$ |
| $a[2][0]$ | $a[2][1]$ | $a[2][2]$ | $a[2][3]$ |
| $a[3][0]$ | $a[3][1]$ | $a[3][2]$ | $a[3][3]$ |
| $a[4][0]$ | $a[4][1]$ | $a[4][2]$ | $a[4][3]$ |
| ... | ... | ... | ... |
| $a[98][0]$ | $a[98][1]$ | $a[98][2]$ | $a[98][3]$ |
| $a[99][0]$ | $a[99][1]$ | $a[99][2]$ | $a[99][3]$ |

αναφορά στη μνήμη

i=0,j=99

a[99][0]

hit

a[100][0]

compulsory miss



αντικατέστησε το LRU
block που υπήρχε
στην cache

περιεχόμενα cache

| | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| a[100][0] | a[100][1] | a[100][2] | a[100][3] |
| a[1][0] | a[1][1] | a[1][2] | a[1][3] |
| a[2][0] | a[2][1] | a[2][2] | a[2][3] |
| a[3][0] | a[3][1] | a[3][2] | a[3][3] |
| a[4][0] | a[4][1] | a[4][2] | a[4][3] |
| ... | ... | ... | ... |
| a[98][0] | a[98][1] | a[98][2] | a[98][3] |
| a[99][0] | a[99][1] | a[99][2] | a[99][3] |

αναφορά στη μνήμη

$i=1, j=0$

$a[0][1]$

capacity miss

διότι αντικαταστάθηκε
λόγω έλλειψης χώρου το
block που είχε έρθει στην
cache κατά το παρελθόν
και το περιείχε

περιεχόμενα cache

| | | | |
|-------------|-----------------------------|-------------|-------------|
| $a[100][0]$ | $a[100][1]$ | $a[100][2]$ | $a[100][3]$ |
| $a[0][0]$ | $a[0][1]$ | $a[0][2]$ | $a[0][3]$ |
| $a[2][0]$ | $a[2][1]$ | $a[2][2]$ | $a[2][3]$ |
| $a[3][0]$ | $a[3][1]$ | $a[3][2]$ | $a[3][3]$ |
| $a[4][0]$ | $a[4][1]$ | $a[4][2]$ | $a[4][3]$ |
| ... | ... | ... | ... |
| $a[98][0]$ | $a[98][1]$ | $a[98][2]$ | $a[98][3]$ |
| $a[99][0]$ | $a[99][1]$ | $a[99][2]$ | $a[99][3]$ |

αναφορά στη μνήμη

i=1,j=0

a[0][1] capacity miss

a[1][1] capacity miss

περιεχόμενα cache

| | | | |
|-----------|----------------|-----------|-----------|
| a[100][0] | a[100][1] | a[100][2] | a[100][3] |
| a[0][0] | a[0][1] | a[0][2] | a[0][3] |
| a[1][0] | a[1][1] | a[1][2] | a[1][3] |
| a[3][0] | a[3][1] | a[3][2] | a[3][3] |
| a[4][0] | a[4][1] | a[4][2] | a[4][3] |
| ... | ... | ... | ... |
| a[98][0] | a[98][1] | a[98][2] | a[98][3] |
| a[99][0] | a[99][1] | a[99][2] | a[99][3] |

αναφορά στη μνήμη

i=1,j=0

a[0][1] capacity miss

a[1][1] capacity miss

i=1,j=1

a[1][1] hit

περιεχόμενα cache

| | | | |
|-----------|----------------|-----------|-----------|
| a[100][0] | a[100][1] | a[100][2] | a[100][3] |
| a[0][0] | a[0][1] | a[0][2] | a[0][3] |
| a[1][0] | a[1][1] | a[1][2] | a[1][3] |
| a[3][0] | a[3][1] | a[3][2] | a[3][3] |
| a[4][0] | a[4][1] | a[4][2] | a[4][3] |
| ... | ... | ... | ... |
| a[98][0] | a[98][1] | a[98][2] | a[98][3] |
| a[99][0] | a[99][1] | a[99][2] | a[99][3] |

αναφορά στη μνήμη

i=1,j=0

a[0][1] capacity miss

a[1][1] capacity miss

i=1,j=1

a[1][1] hit

a[2][1] capacity miss

περιεχόμενα cache

| | | | |
|-----------|----------------|-----------|-----------|
| a[100][0] | a[100][1] | a[100][2] | a[100][3] |
| a[0][0] | a[0][1] | a[0][2] | a[0][3] |
| a[1][0] | a[1][1] | a[1][2] | a[1][3] |
| a[2][0] | a[2][1] | a[2][2] | a[2][3] |
| a[4][0] | a[4][1] | a[4][2] | a[4][3] |
| ... | ... | ... | ... |
| a[98][0] | a[98][1] | a[98][2] | a[98][3] |
| a[99][0] | a[99][1] | a[99][2] | a[99][3] |

αναφορά στη μνήμη

περιεχόμενα cache

$i=1, j=0$

$a[0][1]$ **capacity miss**

$a[1][1]$ **capacity miss**

$i=1, j=1$

$a[1][1]$ **hit**

$a[2][1]$ **capacity miss**

| | | | |
|-------------|-----------------------------|-------------|-------------|
| $a[100][0]$ | $a[100][1]$ | $a[100][2]$ | $a[100][3]$ |
| $a[0][0]$ | $a[0][1]$ | $a[0][2]$ | $a[0][3]$ |
| $a[1][0]$ | $a[1][1]$ | $a[1][2]$ | $a[1][3]$ |
| $a[2][0]$ | $a[2][1]$ | $a[2][2]$ | $a[2][3]$ |
| $a[4][0]$ | $a[4][1]$ | $a[4][2]$ | $a[4][3]$ |
| ... | ... | ... | ... |
| $a[98][0]$ | $a[98][1]$ | $a[98][2]$ | $a[98][3]$ |
| $a[99][0]$ | $a[99][1]$ | $a[99][2]$ | $a[99][3]$ |

Στις επόμενες επαναλήψεις θα έχουμε κυκλικές αντικαταστάσεις blocks, οπότε τα misses και τα hits θα ακολουθούν το ίδιο μοτίβο όπως και για $i=0$.

αναφορά στη μνήμη

i=1,j=0

a[0][1] **capacity miss**

a[1][1] **capacity miss**

i=1,j=1

a[1][1] **hit**

a[2][1] **capacity miss**

περιεχόμενα cache

| | | | |
|-----------|----------------|-----------|-----------|
| a[100][0] | a[100][1] | a[100][2] | a[100][3] |
| a[0][0] | a[0][1] | a[0][2] | a[0][3] |
| a[1][0] | a[1][1] | a[1][2] | a[1][3] |
| a[2][0] | a[2][1] | a[2][2] | a[2][3] |
| a[4][0] | a[4][1] | a[4][2] | a[4][3] |
| ... | ... | ... | ... |
| a[98][0] | a[98][1] | a[98][2] | a[98][3] |
| a[99][0] | a[99][1] | a[99][2] | a[99][3] |

Στις επόμενες επαναλήψεις θα έχουμε κυκλικές αντικαταστάσεις blocks, οπότε τα misses και τα hits θα ακολουθούν το ίδιο μοτίβο όπως και για i=0.



συνολικά θα έχουμε $4 \cdot 101 = 404$ misses

αναφορά στη μνήμη

περιεχόμενα cache

i=1,j=0

a[0][1] **capacity miss**

a[1][1] **capacity miss**

i=1,j=1

a[1][1] **hit**

a[2][1] **capacity miss**

| | | | |
|-----------|----------------|-----------|-----------|
| a[100][0] | a[100][1] | a[100][2] | a[100][3] |
| a[0][0] | a[0][1] | a[0][2] | a[0][3] |
| a[1][0] | a[1][1] | a[1][2] | a[1][3] |
| a[2][0] | a[2][1] | a[2][2] | a[2][3] |
| a[4][0] | a[4][1] | a[4][2] | a[4][3] |
| ... | ... | ... | ... |
| a[98][0] | a[98][1] | a[98][2] | a[98][3] |
| a[99][0] | a[99][1] | a[99][2] | a[99][3] |

Conflict misses δεν έχουμε διότι η cache είναι fully associative → τα blocks δεδομένων μπορούν να απεικονιστούν οπουδήποτε στην cache

Θεωρείστε πάλι τον αρχικό κώδικα. Ποια γνωστή τεχνική βελτιστοποίησης θα εφαρμόζατε στον κώδικα ώστε να μειωθούν τα misses;

```
for(i=0; i<4; i++)
  for(j=0; j<100; j++)
    result += a[j][i]*a[j+1][i] + 0.5;
```

στο σώμα του loop δεν υπάρχουν εξαρτήσεις, επομένως μπορούμε να εφαρμόσουμε αναδιάταξη βρόχων (*loop interchange*)

```
for(j=0; j<100; j++)
  for(i=0; i<4; i++)
    result += a[j][i]*a[j+1][i] + 0.5;
```

τώρα ο πίνακας προσπελαύνεται όπως είναι αποθηκευμένος → καλύτερη τοπικότητα αναφορών, αφού γειτονικά στοιχεία προσπελούνται σε διαδοχικές επαναλήψεις του εσωτερικού loop

misses συμβαίνουν όταν αναφερόμαστε στο πρώτο στοιχείο κάθε γραμμής ($i=0$) → συνολικά έχουμε 100 misses

Άσκηση 4η

Θεωρούμε το ακόλουθο κομμάτι κώδικα:

```
#define N 1024
float A[N], B[N];
for(i=0; i<N; i+=1)
B[i] += 2*A[i];
```

Κάνουμε τις εξής υποθέσεις:

- Το πρόγραμμα εκτελείται σε έναν επεξεργαστή με μόνο ένα επίπεδο κρυφής μνήμης δεδομένων, η οποία αρχικά είναι άδεια. Η κρυφή μνήμη είναι *direct mapped*, *write-allocate*, και έχει μέγεθος 2KB. Το μέγεθος του *block* είναι 16 bytes.
- Το μέγεθος ενός *float* είναι 4 bytes.
- Δήλωση διαδοχικών μεταβλητών (βαθμωτών και μη) στο πρόγραμμα συνεπάγεται αποθήκευσή τους σε διαδοχικές θέσεις στη μνήμη.

Βρείτε το συνολικό ποσοστό αστοχίας (miss rate) για τις αναφορές που γίνονται στην μνήμη στον παραπάνω κώδικα

```
#define N 1024
float A[N], B[N];
for(i=0; i<N; i+=1)
    B[i] += 2*A[i];
```

- #blocks= 2048/16 = 128
- σε κάθε block => 16/4 = 4 στοιχεία ενός πίνακα
- Πού απεικονίζονται τα $A[i]$, $B[i]$; στο ίδιο block... *γιατί;*
 - Άρα: read B[0] (m), read A[0] (m), write B[0] (m)
read B[1] (h) *γιατί;*, read A[1] (m), write B[1] (m)
read B[2] (h), read A[2] (m), write B[2] (m)
read B[3] (h), read A[3] (m), write B[3] (m)
read B[4] (m), read A[4] (m), write B[4] (m)
...
- Ανά 4 επαναλήψεις: 9 misses, 3 hits => miss rate = 9/12 = 75%

Ποιες από τις παρακάτω τεχνικές βελτιστοποίησης **επιπέδου λογισμικού** θα ακολουθούσατε προκειμένου να βελτιώσετε την απόδοση του κώδικα;

- *Loop unrolling*
- *Merging arrays*
- *Loop blocking*
- *Loop distribution*

Loop unrolling

```
for(i=0; i<N; i+=1) {  
    B[i] += 2*A[i];  
    B[i+1] += 2*A[i+1];  
    B[i+2] += 2*A[i+2];  
    B[i+3] += 2*A[i+3];  
}
```

- Βοηθάει;
 - *Πού στοχεύει η τεχνική αυτή;*

Loop blocking

```
for(i=0; i<N; i+=bs)
    for(ii=i; ii<min(i+bs,N); ii++)
        B[ii] += 2*A[ii];
```

- Βοηθάει;
 - Πού στοχεύει η τεχνική αυτή;
 - Ποιο το πρόβλημα απόδοσης του αρχικού κώδικα όσον αφορά τα *misses*;

Loop distribution

```
for(i=0; i<N; i+=1) {  
    B[i] += 2*A[i];    =>    ???  
}
```

- Σε τι στοχεύει η τεχνική αυτή;
- Υπό ποιες προϋποθέσεις θα βοηθούσε;

Merging arrays

```
float A[N], B[N];  
for(i=0; i<N; i+=1)  
    B[i] += 2*A[i];
```

ο κώδικας γίνεται:

```
struct merge {  
    float a;  
    float b; };  
struct merge merge_array[1024];  
for(i=0; i<N; i+=1)  
    merge_array[i].b += 2*merge_array[i].a
```

- Σε κάθε block τώρα έχουμε 2 στοιχεία του A και 2 του B
 - Για ζυγά i: 1 miss σε 3 accesses
 - Για μονά i: κανένα miss σε 3 accesses
- Άρα miss rate = $1/6 = 16.67\%$

Ποιες από τις παρακάτω τεχνικές βελτιστοποίησης **επιπέδου υλικού** θα ακολουθούσατε προκειμένου να βελτιώσετε την απόδοση του κώδικα;

- αύξηση *block size* σε *32 bytes* (με διατήρηση της χωρητικότητας)
- αύξηση *associativity* σε *2-way* (με διατήρηση της χωρητικότητας της *cache*)
- προσθήκη *victim cache*
- χρήση μηχανισμού *hardware prefetching*

Ποιο το πρόβλημα απόδοσης του αρχικού κώδικα όσον αφορά τα *misses*, και πώς μπορεί να βοηθήσει η κάθε τεχνική;

Άσκηση 5η

Εξετάζουμε την εκτέλεση του ακόλουθου βρόχου (αντιμετάθεση πίνακα):

```
for(i=0; i<256; i++)  
    for(j=0; j<256; j++)  
        b[i][j] = a[j][i];
```

- *στοιχεία κινητής υποδιαστολής διπλής ακρίβειας (8 bytes)*
- *ένα επίπεδο data cache: fully associative, write-allocate, 16 KB, LRU πολιτική αντικατάστασης*
- *block size = 64 bytes*
- *οι πίνακες είναι αποθηκευμένοι κατά γραμμές, και “ευθυγραμμισμένοι” ώστε το πρώτο στοιχείο τους να απεικονίζεται στην αρχή μιας γραμμής της cache*

Βρείτε το συνολικό miss rate.

```
for(i=0; i<256; i++)
    for(j=0; j<256; j++)
        b[i][j] = a[j][i];
```

- cache line 64 bytes => 8 στοιχεία πίνακα σε 1 cache line
- Για την αποθήκευση 1 γραμμής του πίνακα => $8 \cdot 256 = 2048$ bytes, ή 32 cache lines
- Για την αποθήκευση 1 στήλης => $64 \cdot 256$ bytes (*γιατί;*) = 16KB ή 256 cache lines
 - Τα στοιχεία μιας στήλης δεν μπορούν να επαναχρησιμοποιηθούν

```

for(i=0; i<256; i++)
    for(j=0; j<256; j++)
        b[i][j] = a[j][i];

```

Για την 1η επανάληψη του εξωτερικού loop:

| | | | | |
|--------------|--------------|----------|----------|----------------------------|
| a0,0 | b0,0 | m | m | |
| a1,0 | b0,1 | m | h | |
| a2,0 | b0,2 | m | h | |
| ... | | | | |
| <u>a7,0</u> | <u>b0,7</u> | <u>m</u> | <u>h</u> | |
| a8,0 | b0,8 | m | m | (νέα cache line για τον b) |
| a9,0 | b0,9 | m | h | |
| ... | | | | |
| <u>a15,0</u> | <u>b0,15</u> | <u>m</u> | <u>h</u> | |
| a16,0 | b0,16 | m | m | |
| ... | | | | |

Το miss pattern επαναλαμβάνεται ανά 8 επαναλήψεις του εσωτερικού loop

Άρα συνολικά θα έχουμε $256/8 * 9 \text{ misses} = 288$ για 1 επανάληψη του εξ. loop

```

for(i=0; i<256; i++)
    for(j=0; j<256; j++)
        b[i][j] = a[j][i];

```

Για την 1η επανάληψη του εξωτερικού loop:

| | | | | |
|--------------|--------------|----------|----------|----------------------------|
| a0,0 | b0,0 | m | m | |
| a1,0 | b0,1 | m | h | |
| a2,0 | b0,2 | m | h | |
| ... | | | | |
| <u>a7,0</u> | <u>b0,7</u> | <u>m</u> | <u>h</u> | |
| a8,0 | b0,8 | m | m | (νέα cache line για τον b) |
| a9,0 | b0,9 | m | h | |
| ... | | | | |
| <u>a15,0</u> | <u>b0,15</u> | <u>m</u> | <u>h</u> | |
| a16,0 | b0,16 | m | m | |
| ... | | | | |

Στην επόμενη επανάληψη του εξ. loop δεν υπάρχει επαναχρησιμοποίηση για κανέναν από τους 2 πίνακες:

ο b διατρέχεται ούτως ή άλλως κατά γραμμές...

ο a;


```

for(i=0; i<256; i++)
    for(j=0; j<256; j++)
        b[i][j] = a[j][i];

```

Για την 1η επανάληψη του εξωτερικού loop:

| | | | | |
|--------------|--------------|----------|----------|----------------------------|
| a0,0 | b0,0 | m | m | |
| a1,0 | b0,1 | m | h | |
| a2,0 | b0,2 | m | h | |
| ... | | | | |
| <u>a7,0</u> | <u>b0,7</u> | <u>m</u> | <u>h</u> | |
| a8,0 | b0,8 | m | m | (νέα cache line για τον b) |
| a9,0 | b0,9 | m | h | |
| ... | | | | |
| <u>a15,0</u> | <u>b0,15</u> | <u>m</u> | <u>h</u> | |
| a16,0 | b0,16 | m | m | |

Συμπέρασμα:

Το miss pattern είναι το ίδιο για κάθε επανάληψη του εξωτερικού loop

Misses = $256 \cdot 288 = 73728$, σε σύνολο $2 \cdot 256 \cdot 256$ αναφορών => miss rate = 56.25%

Εφαρμόστε *blocking* δίνοντας τον βελτιστοποιημένο κώδικα. Ποιο *block size* θα επιλέγατε ως καταλληλότερο και γιατί;

```
for(i=0; i<256; i++)  
    for(j=0; j<256; j++)  
        b[i][j] = a[j][i];
```

=>

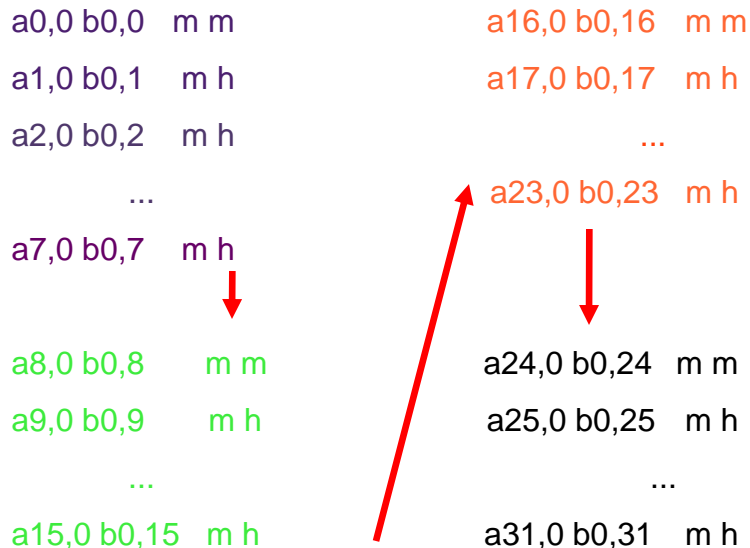
```
for(i=0; i<256; i+=bs)  
    for(j=0; j<256; j+=bs)  
        for(ii=i; ii<i+bs; ii++)  
            for(jj=j; jj<j+bs; jj++)  
                b[ii][jj] = a[jj][ii];
```

- Ποιο block size;
 - Τα 2 blocks πρέπει να χωράνε στην cache => κάθε block 8KB ή 1024 στοιχεία = 32x32 στοιχεία => bs =32

Ποιο το ποσοστό αστοχίας για τον blocked κώδικα;

```
for(i=0; i<256; i+=32)
  for(j=0; j<256; j+=32)
    for(ii=i; ii<i+32; ii++)
      for(jj=j; jj<j+32; jj++)
        b[ii][jj] = a[jj][ii];
```

Για την 1η επανάληψη του loop “ii”:

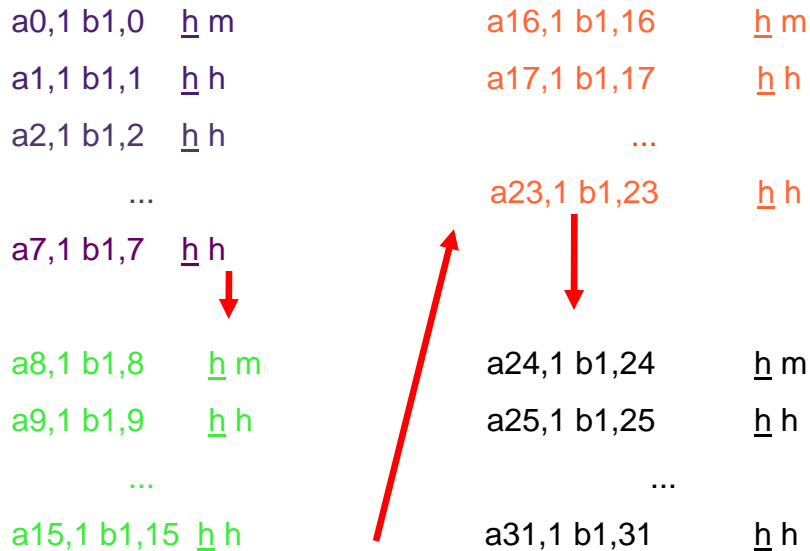


- ανά 8 επαναλήψεις του “jj” το miss pattern επαναλαμβάνεται => $4 * 9 = 36$ misses συνολικά

Ποιο το ποσοστό αστοχίας για τον *blocked* κώδικα;

```
for(i=0; i<256; i+=32)
  for(j=0; j<256; j+=32)
    for(ii=i; ii<i+32; ii++)
      for(jj=j; jj<j+32; jj++)
        b[ii][jj] = a[jj][ii];
```

Στην 2η επανάληψη του loop “ii”, θα έχουμε επαναχρησιμοποίηση στα στοιχεία του a:

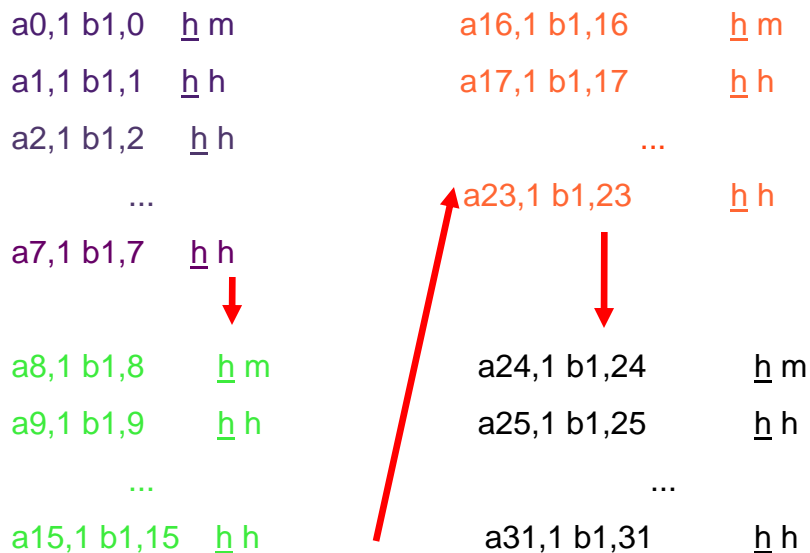


- Σε αυτήν την περίπτωση έχουμε συνολικά $4 \times 1 = 4$ misses

Ποιο το ποσοστό αστοχίας για τον blocked κώδικα;

```
for(i=0; i<256; i+=32)
  for(j=0; j<256; j+=32)
    for(ii=i; ii<i+32; ii++)
      for(jj=j; jj<j+32; jj++)
        b[ii][jj] = a[jj][ii];
```

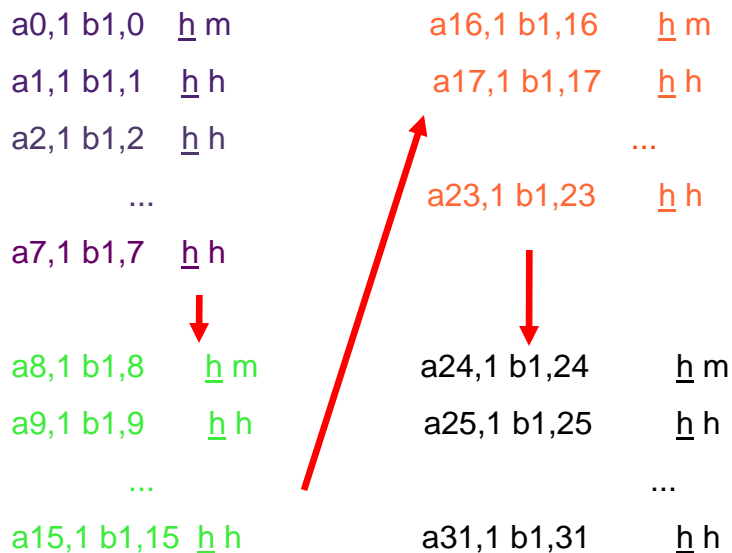
Η επαναχρησιμοποίηση στα στοιχεία του a θα συνεχιστεί για $ii=2,3,\dots,7$ (γιατί);



- Συνολικά, για $ii=0,\dots,7$ θα έχουμε $36+7*4=64$ misses
- ...το pattern αυτό θα επαναλαμβάνεται για $ii=8\dots 15$, $ii=16\dots 23$, $ii=24\dots 31$ (όπου αλλάζει η στήλη για τον a ώστε να φορτώνεται καινούρια cache line)

Ποιο το ποσοστό αστοχίας για τον *blocked* κώδικα;

```
for(i=0; i<256; i+=32)
  for(j=0; j<256; j+=32)
    for(ii=i; ii<i+32; ii++)
      for(jj=j; jj<j+32; jj++)
        b[ii][jj] = a[jj][ii];
```



- Συνολικά επομένως, για μια πλήρη εκτέλεση των 2 εσωτερικότερων *loops* (για την εκτέλεση δηλαδή του αλγορίθμου σε επίπεδο *block* πίνακα), θα έχουμε $4 \cdot 64 = 256$ *misses* σε σύνολο $2 \cdot 32 \cdot 32 = 2048$ αναφορών.
- Το *miss pattern* αυτό επαναλαμβάνεται για όλες τις επαναλήψεις των 2 εξωτερικότερων *loops*, για όλους δηλαδή τους συνδυασμούς *blocks* των πινάκων *a* και *b* (δεν υπάρχει επαναχρησιμοποίηση σε επίπεδο *block*, μόνο σε επίπεδο στοιχείων εντός του *block*).
- Επομένως, το *miss rate* = $256/2048 = 12.5\%$